THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN DER BEANSPRUCHUNG VON ZYLINDERSCHALEN DURCH LOKALE BELASTUNGEN UNTER BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG VON TRAGPRATZEN

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Lüder Depmeier

Erlangen - 1984

1984 № 391

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546228_0040

THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN DER BEANSPRUCHUNG VON ZYLINDERSCHALEN DURCH LOKALE BELASTUNGEN UNTER BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG VON TRAGPRATZEN

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Lüder Depmeler

Erlangen - 1984

Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung:	19. Juni 1984
Tag der Promotion:	27. August 1984
Dekan:	Prof. Dipl.-Ing. G. Vetter
Berichterstatter:	Prof. Dipl.-Ing. G. Vetter
	Prof. H.J. Weinitschke, Ph. D.

Abstract

DEPMEIER, LÜDER

THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN DER BEANSPRUCHUNG VON ZYLINDERSCHALEN DURCH LOKALE BELASTUNGEN UNTER BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG VON TRAGPRATZEN

Die Lagerung und Abstützung von Behältern kann im Bereich der lasteinleitenden Elemente zu erheblichen Spannungskonzentrationen in der Behälterwandung führen. Der Nachweis der ausreichenden Festigkeit wurde bis heute meist durch einschlägige Betriebserfahrungen erbracht. Die existierenden Berechnungsunterlagen von Wichman, Hopper und Mershon (WRCB - Bericht Nr. 107) auf der Basis der theoretischen Arbeiten von Bijlaard unterliegen einer Reihe von Einschränkungen (unvollständige Schalentheorie, unvollständige Reihenberechnung, experimentelle Korrektur, eingeschränkter Lastfeldbereich).

Ausgehend von den Flüggeschen Differentialgleichungen für Zylinderschalen wird ein verbessertes Rechenverfahren zur Ermittlung der Spannungsfelder, hervorgerufen durch lokale Kraft- und Momenteneinleitung, entwickelt. Die Lösung der Differentialgleichungen gelingt durch einen Doppel-Fourier-Reihenansatz und kann mit den heute zur Verfügung stehenden Rechenanlagen in kurzer Zeit mit geringen Kosten erfolgen. Das Verfahren ist geeignet für rechteckige Lastfelder, wie sie bei Tragelementen vorkommen.

Das erstellte Rechenprogramm LOKA15 ist durch seine einfache Ein- und Ausgabe besonders benutzerfreundlich und ermöglicht eine schnelle Problembearbeitung. Zur experimentellen Überprüfung des Verfahrens werden Messungen an dünnwandigen zylindrischen Behältern mit verschiedenen Tragelementen üblicher Bauart durchgeführt. Die Bestimmung der durch Lasteinleitung bewirkten Spannungsfelder erfolgt mit Dehnungsmeßstreifen. Die Versuchsergebnisse zeigen sowohl bezüglich des Spannungsfeldes als auch der Maximalwerte durchweg gute Übereinstimmung mit den nach LOKA15 errechneten Werten.

Das entwickelte Rechenprogramm erlaubt es, viele bis heute nur unzulänglich oder gar nicht berechenbare Konstruktionen der Berechnung zugänglich zu machen. Im Gegensatz zu den bisherigen Methoden kommt es auch für sehr dünne Schalen ohne empirische Korrekturen aus.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau (bis zum 31.06.1981 Apparatetechnik und Anlagenbau) der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Klapp, verstorben am 28. Juni 1979, verdanke ich die Anregung zu dieser Arbeit. Leider war es ihm durch seinen frühen Tod nicht vergönnt, sie bis zu ihrem Ende zu verfolgen.

Die Fortführung und Vollendung der Arbeit geschah unter der Leitung von Herrn Prof. Dipl.-Ing. G. Vetter, dem ich für seine großzügige Unterstützung, sein stetes Interesse und die vielen wertvollen Anregungen und Hinweise sehr danke.

Mein Dank gilt weiterhin Herrn Prof. H.J. Weinitschke, Ph.D., für die Übernahme des Korreferates sowie seine Gesprächsbereitschaft und Beratung, die sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Herrn Akad. Dir. Dr.-Ing. D. Lambrecht möchte ich für seine vielseitige Unterstützung zur Überwindung fachlicher Schwierigkeiten danken.

Dankenswerte Hilfe bei der Durchführung von Rechnungen erhielt ich von Herrn Dipl.-Math. A. Fischer (†) und Dipl.-Math. W. Nevermann.

Im besonderen Maß gilt mein Dank den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau. Vor allem Herr H. Bührer, Herr S. Gastiger, Herr K. Lehmann und Herr W. Hubert waren eine Hilfe im technischen und experimentellen Bereich. Auch den studentischen Hilfskräften, die im Laufe der Jahre zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle gedankt. Stellvertretend für alle seien hier die längerfristig tätigen Herrn R. Stingl, R. Weihermüller und S. Rödl genannt.

Für die sorgfältige Ausführung der Schreibarbeiten bedanke ich mich vielmals bei Frau M. Brunner und speziell bei Frau H. Eichler.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1.	Einleitung	1
2.	Problemstellung und Zielsetzung	3
3.	Lokale Lasteinleitung in Zylinderschalen - Stand des Wissens	5
3.1	Historische Entwicklung	5
3.2	Anwendung zweidimensionaler Schalentheorien	8
3.3	Zwei Arbeiten von Bedeutung: Bijlaard und Wichman, Hopper und Mershon	10
3.4	Experimentelle Untersuchungen	13
4.	Das gewählte Berechnungsverfahren	15
4.1	Grundlagen	15
4.1.1	Das Differentialgleichungssystem	15
4.1.2	Der Lösungsweg	18
4.1.3	Formelsatz	19
4.2	Lastfälle	24
4.2.1	Überlegungen zu den Lastmodellen	24
4.2.2	Die Fourierkoeffizienten	29
4.2.2.1	Die berücksichtigten Lastmodelle	29
4.2.2.2	Entwicklung der Fourierkoeffizienten	31
4.2.2.3	Überlagerung der Lastfälle	38
4.2.3	Numerische Konvergenzbetrachtungen für Fourier-Reihen	41
4.2.3.1	Konvergenz der Reihen	41
4.2.3.2	Notwendige Anzahl der Glieder und Restfehler	44
4.2.3.3	Praktische Vorgehensweise	46
4.3	Vergleiche mit anderen Verfahren	47
4.4	Programmbeschreibung	51
5.	Vergleiche mit Messungen anderer Autoren	54
6.	Der Versuchsaufbau	60
6.1	Realisierte Parameter	60
6.2	Ausführung	63
6.3	Instrumentierung und Meßtechnik	69
6.4	Meßstellenpläne	74

7.	Versuchsdurchführung und Fehlerbetrachtung	85
7.1	Versuchsdurchführung	85
7.2	Fehlerbetrachtung	88
7.2.1	Fehlerquellen und Fehlergröße	88
7.2.2	Fehlerwertung und Reproduzierbarkeit der Messungen	94
8.	Versuchsergebnisse und Bewertung	96
8.1	Einleitung eines Biegemomentes - Versuchsergebnisse und rechnerischer Vergleich	97
8.1.1	Tragpratzen ohne Verstärkungsblech	97
8.1.2	Tragpratzen mit Verstärkungsblech	104
8.1.3	Tragzapfen	111
8.1.4	Einfluß des Behälterrandes	113
8.2	Versuchsergebnisse für Innendruckbelastung	114
8.2.1	Innendruck	114
8.2.2	Innendruck und Einleitung eines Biegemomentes	115
8.3	Versuchsergebnisse für Belastung durch das Flanschmoment	120
8.4	Bewertung der Ergebnisse	120
8.4.1	Auswahl der günstigsten Bauform und Größe von Tragpratzen	120
8.4.2	Berechnung der zulässigen Belastung	122
8.4.2.1	Theoretische Betrachtungen	122
8.4.2.2	Tragpratzen mit Verstärkungsblech	123
8.4.2.3	Tragpratzen ohne Verstärkungsblech und Tragzapfen	123
9.	Zusammenfassung	125
10.	Nomenklatur	127
11.	Literaturverzeichnis	130
12.	Anhang	138

1. Einleitung

Technische Regelwerke stellen Hilfsmittel dar, die ein dem Stand der Technik entsprechendes Sicherheitsniveau zum Schutz von Mensch und Umwelt gewährleisten sollen. Die deutschen Berechnungsvorschriften für Dampfkessel, Behälter und Rohrleitungen haben dabei eine anerkannte Stellung in der Fachwelt erlangt. Diese anerkannten Regeln der Technik leben mit den ständig in der Praxis und der Forschung neugewonnenen Erkenntnissen, werden laufend ergänzt und ggf. korrigiert. Sie bilden kein abgeschlossenes Werk, sondern decken eine Reihe wichtiger Berechnungsfälle ab. "Regelwerke erleichtern das Nachdenken, aber ersetzen es nicht!" [1].

Im Apparate- und Behälterbau für die stoffumwandelnden Industrien werden zur festigkeitsgerechten Auslegung von Bauteilen im wesentlichen die Technischen Regeln für Dampfkessel (TRD, [2]), die Technischen Regeln für Druckgase (TRG, [3]) und die Technischen Regeln für Druckbehälter (AD-Merkblätter, [4]) herangezogen. Für Berechnungsfälle, die außerhalb der Gültigkeit dieser Regelwerke liegen oder von ihnen überhaupt nicht erfaßt werden, muß durch Anwendung anderer anerkannter Regeln der Technik oder durch sonstige Berechnungsverfahren, durch Dehnungsmessungen oder durch einschlägige Betriebserfahrungen belegt werden, daß die Bauteile je nach Verwendungszweck nicht unzulässig beansprucht werden.

Bei der Berechnung von Druckbehältern wird explizit gefordert, daß für statische Zusatzkräfte eine Berechnung vorzulegen ist, wenn die zusätzlichen Belastungen die Auslegung des Druckbehälters wesentlich beeinflussen. Gleiches gilt aber implizit genauso für die übrigen Regelwerke. Derartige "Zusatzkräfte" stellen z.B. lokale Belastungen dar, worunter man äußere Kräfte und Momente zu verstehen hat, die nur auf - relativ zu den Gesamtabmessungen - kleine Teile der Schalenfläche wirken. Solche lokalen Lasteinleitungen sind beispielsweise Pratzen, Tragösen und Sättel, aber auch Rohranschlüsse oder Behältereinbauten.

Es ist bekannt, daß Lagerung und Abstützung von Behältern zu erheblichen Spannungskonzentrationen in der Behälterwandung im Bereich der lasteinleitenden Tragelemente führen kann. Der Nachweis der ausreichenden Festigkeit wurde bis heute meist durch einschlägige Betriebserfahrungen und selten nur durch Berechnung erbracht. Das führte bei vielen Betrieben dazu, ausschließlich firmenintern genormte Tragelemente zu verwenden, von denen bekannt war, daß bei ihrer Verwendung kein Versagen des Tragelementes oder des Behälters aufgetreten war. Ungelöst blieb und bleibt aber die Problematik, den Nachweis bei andersartigen Tragelementkonstruktionen oder bei Behältern bisher nicht gebauter Abmessungen zu erbringen.

In diesem Zusammenhang ist das verstärkte Bemühen von Apparatebauern und Betreibern in den letzten Jahren zu sehen, Normen für die einheitliche Bauweise von Tragelementen an Behältern zu schaffen und Berechnungsgrundlagen für die Einführung in Regelwerke zu finden. Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag zum besseren Verständnis der Problematik liefern und durch Berechnung und Experimente zur Klärung der bestehenden Fragen beitragen sowie neue Denkanstöße liefern.

2. Problemstellung und Zielsetzung

Das Problem der lokalen Lasteinleitungen in Behälter besteht im wesentlichen für die am häufigsten im Apparate- und Behälterbau verwendeten Behälterformen Zylinder, Kugel und Kegel. Darunter kommt dem Zylinder eine besondere Stellung zu, weil er von den genannten dreien aufgrund seiner einfachen Fertigung und verfahrenstechnischen Vorteile wiederum am meisten Verwendung findet. Die vorliegende Arbeit befaßt sich deshalb ausschließlich mit diesem Behältertyp. Für die anderen Schalenformen wird auf die Arbeiten [5 bis 7] verwiesen, in denen weitere Lösungsmöglichkeiten angegeben werden.

Prüft man das auf dem Gebiet der lokalen Lasteinleitungen in Zylinderschalen bisher erschienene Schrifttum, so stellt man fest, daß es nur wenige Arbeiten gibt, die für die Praxis verwendbar sind. Zu nennen ist hier die Arbeit von Bieger [8], der Lösungen für punktförmig belastete Schalen angibt, das veröffentlichte Zahlenmaterial jedoch auf die Gesichtspunkte der Baustatik abstimmt (keine sehr dünnen Schalen; $\nu = 1/6$ für Beton). Für den Stahlbehälterbau sind vor allem die Veröffentlichungen von Bijlaard [9 bis 11] und die darauf aufbauende von Wichman, Hopper und Mershon [12] wichtig. Deren Bedeutung und Sonderstellung geht bereits aus dem Umstand hervor, daß sie im Laufe der Jahre als Grundlage Eingang in verschiedene nationale Regelwerke gefunden haben - so z.B. in die British Standard 1515 und 5500 [13, 14], in den Richtlinienkatalog Festigkeitsberechnung der DDR [15] sowie seit kurzem in die Sammlung der AD-Merkblätter mit den Blättern der Reihe S3 [16]. Die Bedeutung der Bijlaardschen Arbeiten ist vor allem dem Umstand zu verdanken, daß zum ersten Mal Parameterrechnungen durchgeführt und in Diagrammform veröffentlicht wurden. Ein Teil der Anwendungsfälle ist jedoch aufgrund von Einschränkungen in der erfaßbaren Geometrie nicht abgedeckt. Die von Bijlaard verwendete Theorie liefert zudem vor allem im Bereich Radius/Wanddicke > 100 Werte, die bis zum Faktor 10 unter bisher gemessenen liegen. Wichman, Hopper und Mershon [12] korrigierten deshalb die errechneten Werte an Hand von einigen wenigen Messungen, worüber später noch zu berichten sein wird. Ein befriedigender Zustand in der Berechnung lokaler Lasteinleitungen in Zylinderschalen ist damit auf der gezeigten Basis mit den gegebenen Einschränkungen ganz offensichtlich nicht gegeben.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, den Erkenntnisstand der aufgezeigten Problematik zu erweitern und zu vertiefen. Die Berechnungsmöglichkeit soll verbessert und durch experimentelle Untersuchungen der Nachweis geführt werden, inwieweit alte und neue Berechnungsverfahren der Realität entsprechen. Fragen der Kraft- und Momenteneinleitung über Stutzen sowie Stabilitätsprobleme sollen nicht betrachtet werden.

Die Aufgabe liegt damit zunächst in der Auffindung eines verbesserten, aber in Hinsicht auf die industrielle Anwendung einfach zu handhabenden und nicht zu aufwendigen Berechnungsverfahrens. Es soll realistische Verteilungen der Membran- und Biegespannungen in zylindrischen Behältern angeben, ohne daß dafür empirische Korrekturen notwendig wären. Aus der Forderung der einfachen Handhabung ergibt sich, daß die denkbare Berechnung der Beanspruchungsverhältnisse mit der Methode der Finiten Elemente entfällt, die nicht nur sehr arbeits- sondern auch kostenintensiv ist. Ihr Einsatz im Apparatebau mit der dort üblichen knappen Kalkulation würde in den meisten Fällen den vorhandenen begrenzten finanziellen und personellen Rahmen überschreiten. Die Beschränkung auf eine Verteilung der Membran- und Biegespannungen bedeutet, daß keine Berücksichtigung von örtlich eng begrenzten lokalen Störungen wie Kerbeffekten erfolgt, die unter anderem an Schweißnähten oder an scharfen Querschnittsübergängen auftreten können.

Es ist sodann der Nachweis zu führen, daß das gewählte Verfahren numerisch korrekt arbeitet, was durch Vergleich mit erprobten und anerkannten Methoden wie dem Finite-Element- oder einem Stufenkörperverfahren möglich ist. Der Vergleich mit experimentellen Werten zeigt letztendlich das Maß der Abweichung zwischen Rechnung und Realität. Neben einigen im Schrifttum nachgewiesenen experimentellen Untersuchungen werden dazu eigene Versuche benutzt, die vor allem einer Klärung der Frage von Kraft- und Momenteneinleitung über Tragpratzen und Tragzapfen nach DIN 28083 und DIN 28085 in einem für die Praxis relevanten Bereich "großer" Radius/Wanddicken-Verhältnisse dienen sollen. Da die Frage der lokalen Lasteinleitung häufig auch für Druckbehälter beantwortet werden muß, wird bei den durchgeführten experimentellen Untersuchungen auch auf das Problem der Überlagerung von Innendruck und lokaler Belastung eingegangen.

3. Lokale Lasteinleitungen in Zylinderschalen - Stand der Wissenschaft

3.1 Historische Entwicklung

Nachdem die elementare Berechnung der Zylinderschale unter Innendruck schon weit im vergangenen Jahrhundert bekannt war, begann eine Klärung von [illegible] Lasten unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit erst in der Zeit nach 1900. Von großer Bedeutung war dabei die Aufstellung einer allgemeingültigen Schalentheorie von Love [17], welche die Gleichgewichtsbedingungen, die Formänderungsgleichungen und die Schnittgrößen- und Formänderungen verbindenden Elastizitätsbeziehungen zum ersten Mal in einer mathematischen Theorie angeben konnte. Zusammen mit dem 1934 erschienenen Buch von Flügge [18], in dem sich die aufgestellten Beziehungen durch größere Genauigkeit von denen von Love auszeichnen, bildet diese Veröffentlichung die Grundlage der linearen Schalentheorie.

Die Anwendung auf die relativ unkomplizierten geometrischen Verhältnisse des Zylinders ermöglichten in den Jahren bis 1940 eine Reihe von Lösungen für Probleme, bei denen die angreifenden Kräfte und Momente rotationssymmetrisch verteilt sind. Eine große Gruppe darunter befaßt sich mit der Belastung der Schalenränder, wobei [illegible] z.B. auch die Berechnung von zusammengesetzten Körpern verschiedener Geometrien unter Innendruck und rotationssymmetrischen äußeren Lasten gelang (Stutzenkörperverfahren).

Erst im Jahre 1935 findet man eine erste Veröffentlichung [19], die sich mit der Frage der konzentrierten Belastung von Kreiszylinderschalen befaßt. Eine steigende Zahl von Veröffentlichungen mit dem Thema Punkt-, Linien- und Flächenlasten ist in der Folge ab 1950 zu vermerken, offensichtlich gefördert durch den beginnenden Einsatz der Rechnertechnik und der Möglichkeit, verstärkt numerische Lösungen zu nutzen. Gleichzeitig erfuhr die Anzahl der Arbeiten mit experimentellen Inhalt eine starke Zunahme (s. dazu auch Kap. 3.4), ohne daß daraus jedoch in der meisten Fällen Berechnungsregeln zu gewinnen waren.

Eine Übersicht der verschiedenen Auslegungs- und Berechnungsverfahren in ihrer historischen Entwicklung gibt Tabelle 3-1.

1)	(Halb-) Empirische Formeln
2)	Balkentheorie (liegende Behälter)
3)	Biegetheorie flacher Schalen
4)	Allgemeine Biegetheorie
	a) Entwicklungen mit Reihenansätzen
	b) Finite-Differenzen-Verfahren
	c) Direkte Integration der DGL
5)	Finite-Element-Verfahren

Tabelle 3-1: Verfahren zur Berechnung von lokalen Lasteinleitungen in Zylinderschalen

Als erste Auslegungsregeln entstanden - wie oft zunächst in den Ingenieurwissenschaften - empirische und halbempirische Formeln, so z.B. von Roark 1935 [19]. Roark stellte halbempirische Formeln für die aus diametraler Krafteinleitung resultierende Spannungs- und Verformungsverteilung auf. Teilweise ausgehend von den Gleichungen der Biegung eines ebenen Streifens unter Einzelbelastung gelangte er zu geschlossenen Lösungen, die jedoch einen wesentlichen Parameter der Schale, das Verhältnis R/h, nicht berücksichtigten.

Weitere Versuche, die Dimensionierung des Schalentragwerkes durch Umgehung der Schalentheorie zu vereinfachen, findet man bei der Berechnung liegender Behälter mit Sattellagerung. Sie laufen auf eine Betrachtung des Zylinders als Träger mit ebener Deformation des Querschnittes nach der Theorie Bernoulli-Navier hinaus. Diese Balkentheorie wird von Kantorowitsch [20] und Zick [21] vertreten. Aber auch die Einführung effektiver und nichteffektiver Querschnittsanteile, d.h. die Berechnung des Behälters als einen Träger mit veränderlichem Querschnitt, konnte Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment nur in Teilbereichen ausräumen. Die Anwendung dieser Theorie bleibt damit auf den engen Bereich der experimentell untersuchten geometrischen Parameter beschränkt.

Erst die Berücksichtigung von schalentheoretischen Entwicklungen brachte auch in der Behandlung von Lasteinleitungsproblemen Erfolge. Mit der Zahl der Veröffentlichungen über Schalentheorien wurden ab 1950 auch vermehrt Arbeiten mit Lösungsansätzen für bestimmte lokale Belastungen publiziert. Sie unterscheiden sich dabei sowohl nach den zugrunde gelegten Schalentheorien als auch besonders nach den gewählten Lösungsansätzen. Die benutzten Theorien für dünne Schalen sind stets zweidimensional und unter Bezug auf mehrere vereinfachende Voraussetzungen induktiv hergeleitet. Die Lösungsansätze, bei denen für den Zylinder fast ausschließlich Reihenentwicklungen verwendet

wurden, existieren dabei meist nur für spezielle Lastfälle (Punkt-, Linien- oder Flächenlasten) und für Geometrien, die einfachen mathematischen Bedingungen genügen.

Eine mathematisch allgemeine Form der Schalenmechanik im Rahmen der Kontinuumsmechanik dreidimensionaler Körper wurde 1950 von Green und Zerna [22] veröffentlicht. Die Lösung des in Tensorschreibweise angegebenen Systems partieller Differentialgleichungen erweist sich aber für den konkreten Anwendungsfall als extrem aufwendig oder mit den heutigen Mitteln nicht durchführbar. Aus diesem Grund werden bei der Anwendung auf Probleme dünner Schalen grundlegende Vereinfachungen getroffen (Kirchhoff-Love-Näherung), die deduktiv wieder zu zweidimensionalen Schalentheorien führen, welche asymptotische Lösungen einer "vollständigen" (dreidimensionalen) Theorie darstellen. Als Beispiele für einige dergestalt gewonnenen Theorien seien die Arbeiten von Reissner [23], Naghd. [24] oder Budiansky und Sanders [25] genannt. Zur Lösung werden heute genaue numerische Verfahren wie Finite-Differenzen-Verfahren [26], [27] oder numerische Integration (z.B. [28]) verwendet, die z.T. unsymmetrische Belastung der Schalen zulassen. Kalnins [29] benutzt das Verfahren der direkten Integration im Zusammenhang mit einer Mehrzielmethode, die das Zerlegen der Struktur in rotationssymmetrische Einzelkörper ermöglicht bzw. fordert. Sie ist aber nur in den Fällen anwendbar, welche eine Reduktion der Schalengleichungen auf ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen erlauben.

Als ein universell einsetzbares Verfahren hat sich schließlich die Finite-Element-Methode seit 1970 einen festen Platz unter den Berechnungsverfahren erobert. Es ist müßig, hier ihre Bedeutung diskutieren zu wollen. Sie ist zusammen mit den beiden zuvor genannten numerischen Verfahren ein recht genaues Verfahren, wenn es (wie diese) richtig eingesetzt und gehandhabt wird. Bei allen drei Verfahren liegt in der Handhabung aber auch jeweils ihre Schwäche. Die Finite-Differenzen-Methode und Lösung der Differentialgleichungen mittels Integrationsverfahren werden bis heute kaum für allgemeine Problemstellungen eingesetzt, da die jeweilige Problembeschreibung einen gewissen Aufwand erfordert und daher die Hinzuziehung eines mit dem Gebiet vertrauten Fachmannes unumgänglich macht.

Dies gilt im verstärkten Maße für die Finite-Element-Verfahren; jedoch hat sich hier bereits durch die mögliche größere Anwendungsbreite und eine Reihe von ausgereiften Computerprogrammen die Zahl der Anwender und Benutzer solcher Programme in den letzten Jahren stark erhöht. Es ist aber zu berücksichtigen, daß heute mit dem Einsatz solcher Programme noch relativ hohe Kosten durch den Rechenaufwand (incl. Miete oder Kauf des Programmes) und umfangreiche Arbeiten für Eingabe- und Ausgabeaufbereitung verbunden sind.

Man kann demnach festhalten, daß einerseits die empirischen und halbempirischen Verfahren (einschließlich der Balkentheorie) zwar einfach in der Handhabung, aber zu ungenau, nur für bestimmte experimentell überprüfte Bereiche anwendbar und durch die große Zahl der Parameter allgemeine Aussagen kaum möglich, andererseits Finite-Differenzen- und Finite-Element-Verfahren unter den gegebenen Voraussetzungen zu kompliziert und zu aufwendig sind. Es ist daher Stand der Technik, lokale Lasteinleitungen in Zylinderschalen - von sehr wenigen Ausnahmen abgesehen - mit analytischen und numerischen Näherungslösungen für zweidimensionale Schalentheorien und Ersatzbelastungen wie Punkt-, Linien- und Flächenlasten zu rechnen. Aufgrund der Bedeutung, die deshalb einigen Beiträgen zu dem Thema "Schalentheorie" zukommt, wird im folgenden Kapitel kurz auf die wesentlichen Eigenschaften und Unterschiede bei Theorie und Lösungen eingegangen.

3.2 Anwendung zweidimensionaler Schalentheorien

Eine exakte zweidimensionale Schalentheorie kann nicht existieren, da der betrachtete Körper in Realität, gleichgültig wie dünnwandig, stets dreidimensional ist. Darum besitzt jede zweidimensionale Theorie dünner Schalen notwendigerweise Näherungscharakter. Es ist somit nicht verwunderlich, daß seit der ersten Veröffentlichung von Love [17] viele Autoren versucht haben, eine möglichst gute Begründung für diese Theorien zu finden. Koiter [30] stellt deren Vielfalt als einen statistischen Beweis ihres approximativen Charakters dar.

Nach der Art ihrer Herleitung kann man zwei Gruppen zweidimensionaler Schalentheorien unterscheiden. Die erste Gruppe basiert auf verschiedenen Annahmen und Vereinfachungen, auf denen die Ableitung grundlegend aufbaut. Die zweite Gruppe hingegen führt von der dreidimensionalen Kontinuumsmechanik durch Vereinfachungen und Vernachlässigungen zu zweidimensionalen Theorien. Da die Schalengleichungen der letzteren trotz der Vereinfachungen meist nur mit großem Aufwand zu lösen sind (s. Kap. 3.1), besitzen auch heute noch die unter Zuhilfenahme von a priori-Annahmen gewonnenen Theorien für die Kreiszylinderschale die größere Bedeutung. Im folgenden sollen die Ausführungen deshalb auf diese Gruppe beschränkt werden.

Die bekanntesten der solchermaßen gewonnenen Theorien sind in der Reihenfolge ihrer Komplexität und Genauigkeit die von Donell [31], Wlassow [32], Morley [33], Flügge [18] und Simmonds [34]. Alle weiteren Arbeiten sollen hier unerwähnt bleiben wie auch die Abweichungen der genannten Theorien voneinander im einzelnen nicht weiter erklärt werden. Für genauere Ausführungen, Ableitungen und Vergleiche sei auf die Bücher von Lukasiewicz [35] und Kraus [36] hingewiesen.

Eine wesentliche Rolle spielt bei diesen Autoren die verschiedene Betrachtung des Schalendickenparameters k. Dieser Parameter ist wie folgt definiert:

$$k = \frac{1}{12}\left(\frac{h}{R}\right)^2$$

oder anders

$$k = \frac{D}{R^2\,C}$$

(mit D = Biegesteifigkeit = $E \cdot h^3/(12/(1 - \nu^2))$,
und C = Dehnsteifigkeit = $E \cdot h/(1 - \nu^2)$.

Er gibt also das Verhältnis von Biege- zu Dehnsteifigkeit an. Die Vernachlässigung dieses Faktors für dünne Schalen ($h/R < 0{,}1$, folglich $k \ll 1$) erscheint naheliegend, ist aber falsch. Hoff [37] hat analytisch nachgewiesen, daß bei Anwendung dieser Theorie unter Umständen größere Fehler auch für den Fall $k \ll 1$ auftreten können, wobei der Grad der Ungenauigkeit von der Art der Lösung und von geometrischen Bedingungen abhängt.

Der wesentliche Unterschied zwischen den Arbeiten von Donell/Wlassow und denen von Morlev/Flügge/Simmonds besteht darin, daß Donell/Wlassow bei der Ableitung der Theorie Vernachlässigungen über Größenordnungsbetrachtungen durchführen, welche Terme mit dem Parameter k betreffen. Als Folge berücksichtigt die Theorie von Donell/Wlassow nur schwache Krümmungen und ist deshalb eine Theorie flacher Schalen.

Die Gleichungen von Flügge und Simmonds, in denen kleine Größen mit dem Term k nicht vernachlässig werden, dürfen heute als beste Näherungen einer zweidimensionalen Schalentheorie für den Zylinder gelten. Simmonds kann dabei für sich in Anspruch nehmen, seine Gleichungen unter geringsten Vernachlässigungen hergeleitet zu haben. Sie unterscheiden sich aber kaum noch von den Flüggeschen. Lediglich wenige mit dem Faktor k behaftete Terme sind vertauscht oder mit anderen Vorfaktoren behaftet.

Simmonds gelingt es jedoch, durch Addition kleiner Größen, die nach Koiter [30] den Fehler der Theorie nicht vergrößern, eine Separation des Differentialgleichungssystems durchzuführen. Er erhält eine Differentialgleichung 4. Ordnung für die radiale Durchbiegung und eine komplexe Spannungsfunktion.

Die meisten Autoren versuchen, das gekoppelte Differentialgleichungssystem für alle drei Verschiebungen simultan zu lösen. Unterscheidet man nach den Lösungsansätzen, so werden im allgemeinen Fourier-Reihenentwicklungen benutzt. Nur Sanders und Simmonds [38] versuchen eine Lösung mit modifizierten Besselfunktionen. Bei

Fourier-Reihenentwicklungen wird sowohl die äußere Belastung wie auch die Verformung des Zylinders in Fourier-Reihen entwickelt. Einfache Fourier-Entwicklungen - geeignet z.B. für Linienlasten - sind der am häufigsten anzutreffende Ansatz, kombiniert mit Exponentialansätzen (z.B. von Odquist [39], eine der frühesten Arbeiten, und Hoff [40]), Hyperbelfunktionen und trigonometrischen Näherungsfunktionen (Sheng [41] und Cannata [42]) sowie Integralansätzen, die meistens in Längsrichtung des Zylinders angenommen werden. Beispiele für den letztgenannten Fall sind die Arbeiten von Bieger [8], Girkmann [43], Yuan [44] und Morley [45]. Neben diesen einfachen Fourier-Entwicklungen finden Doppel-Fourier-Entwicklungen Anwendung, bei denen je eine Fourier-Entwicklung in Längs- und in Umfangsrichtung des Zylinders gemacht wird. Erste Beispiele in dieser Richtung stammen von Biezeno/Koch [46] und Bijlaard [47], neuere Arbeiten auf diesem Gebiet von Mizoguchi [48] und Lambrecht [49]. Eine ausführliche Übersicht über den Stand der Literatur auch für russischsprachige Veröffentlichungen ist in [35] enthalten.

Seit gut 35 Jahren sind so eine ganze Reihe von Veröffentlichungen erschienen, in denen Lösungen für die Biegetheorie von zylindrischen Schalen unter äußeren (diskontinuierlichen) Lasten angegeben werden. Sie unterscheiden sich nach den verschiedenen Schalentheorien, den Lösungsansätzen und den berücksichtigten Lasten, z.B. Punkt-, Linien- oder Flächenlasten. Fast alle denkbaren Kombinationen von Theorien, Lösungen und berücksichtigten Lasten sind vorhanden, doch nur in wenigen Arbeiten findet man zumeist recht knappe Zahlenbeispiele und noch geringer ist die Zahl veröffentlicher Meßergebnisse, so daß ein Vergleich oder eine Wertung von Einsatzmöglichkeit und Genauigkeit nur in den wenigsten Fällen möglich ist.

3.3 Zwei Arbeiten von Bedeutung: Bijlaard und Wichman, Hopper und Mershon

Durch die fehlende Aussagekraft bezüglich der Anwendbarkeit der meisten Veröffentlichungen haben heute zwei Arbeiten wegen des darin enthaltenen Zahlenmaterials und von Vergleichen mit Meßergebnissen eine herausgehobene Position bei der Behandlung der Frage lokaler Lasteinleitungen von Zylinderschalen inne. Es sind dies die Arbeit von Bijlaard, die aus einer Reihe von Einzelartikeln [9 bis 11], [50], [51] gebildet wird, und die von Wichman, Hopper und Mershon [12].

Bijlaard benutzt als theoretische Grundlage eine Schalentheorie, die der Donellschen sehr ähnlich ist und sich von ihr nur durch einen zusätzlichen Term unterscheidet. Er löst die drei gekoppelten Differentialgleichungen mit Hilfe von doppelten Fourier-Ansätzen für die Verformung und die äußeren Lasten. Dabei müssen eine Reihe von Vernachlässigungen getroffen werden (Streichung als unwesentlich angesehener Glieder und von solchen mit dem Faktor $k = h^2/(12\,R^2)$), um eine partielle Differentialgleichung 8. Ordnung für die radiale Verformung zu erhalten. Aus ihr folgen für jede beliebige durch Fourierreihen darstellbare Belastung die Schnittlasten der Kreiszylinderschale.

Bei der numerischen Behandlung sah sich Bijlaard gezwungen, wegen der großen Rechenzeit weitere Terme in seinen Gleichungen zu vernachlässigen und sie nachträglich zu "korrigieren". Genauere Angaben darüber sind im Schrifttum nicht gegeben. Die Fourierreihen wurden 40 bzw. 60 Glieder weit berechnet, was jedoch für dünne und lange Schalen sowie Momentenbelastung nicht ausreicht. Die Berechnung wurde in diesen Fällen zwar bis zu 300 Gliedern weit fortgesetzt, jedoch nur jeder 20. Wert errechnet und alle dazwischen liegenden graphisch interpoliert.

Bei den berücksichtigten Lastfällen handelt es sich um Radiallast, Moment in Längsrichtung und in Umfangsrichtung sowie Schub in Umfangsrichtung. In den veröffentlichten Rechnungen werden als Parameter das Verhältnis R/h (variiert von 15 bis 300) sowie die Lastfeldgröße berücksichtigt. Letztere wird durch die Größe β beschrieben, die als das Verhältnis der Seitenlänge des Lastfeldes zum Durchmesser des Zylinders angegeben ist. Bijlaard variiert β für quadratische Lastfelder zunächst von β = 0,01 bis 0,25. Nichtquadratische Lastfelder können über eine Umrechnung nur bis zu einem Verhältnis der Seitenlängen zueinander von 1 : 4 bzw. 4 : 1 erfaßt werden.

Da bei einer Schalentheorie nicht berücksichtigt werden kann, daß das lasteinleitende Element die Schale selber versteift und das Verformungsverhalten beeinflußt, können sich die Wandungen unter den Lasten ungehindert dem eines unversteiften Zylinders entsprechend verformen ("flexible loading surfaces"). Bijlaard begrenzt aus diesem Umstand die Anwendbarkeit seiner Theorie auf "kleine" Lastflächen, wobei er als oberstes Verhältnis einen Wert von β = 0,25 als akzeptabel ansieht (β = 0,25 entspricht ungefähr einer Lastfeldabmessung von 1/12 des Umfanges). Auf Drängen der Anwender veröffentlichte er später [11] auch entsprechende Rechnungen für den Bereich β = 0,25 bis β = 0,5, warnt aber zugleich davor, daß diese Werte unsicher sein könnten.

Wichman, Hopper und Mershon bringen 1965 die Ergebnisse von Bijlaard in eine leichter anwendbare graphische Darstellungsform, überprüfen sie an Hand experimenteller Untersuchungen, reduzieren und korrigieren die Rechenwerte, wo es ihnen notwendig erscheint, und veröffentlichen diese Zusammenfassung als Welding Research Council Bulletin Nr. 107 [12]. Zum Vergleich Berechnung/Experiment werden Messungen an vier verschiedenen Modellen herangezogen, bei denen die Lasteinleitung über Stutzen (!) erfolgt. Die Umrechnung in eine quadratische Lastfläche wird über Gleichsetzung der Flächenträgheitsmomente der als massiv angesehenen Stutzen und der quadratischen "Ersatzelemente" mittels der Formel

$$\beta^* = 0{,}875 \frac{r}{R}$$

vorgenommen.

Die für die Korrekturen als Basis herangezogenen zwei (!) Modelle besitzen ein Wanddickenverhältnis von $\gamma = R/h = 9{,}5$ (also eben noch als dünnwandig zu bezeichnen) und $\gamma = 135$, die bezogenen Lastfeldgrößen betragen $\beta^* = 0{,}585$ (für $\gamma = 9{,}5$) und $\beta^* = 0{,}439$. Sie liegen also jeweils im oder im ersten Fall sogar außerhalb (!) des von Bijlaard als "erweitert" bezeichneten Rechnungsbereiches.

Die vorgenommenen Korrekturen betreffen im wesentlichen die Schnittmomente. Die Schnittkräfte bleiben im dickwandigen Bereich unverändert, im dünnwandigen werden sie bis zu 30 % angehoben.

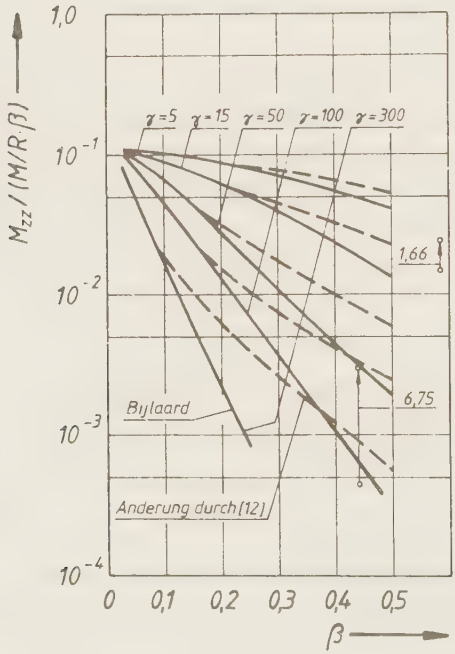


Abb. 3-1: Änderung der Bijlaardschen Werte für das dimensionslose Schnittmoment M_{zz} (Belastung: Längsmoment)

Die Momente heben Wichman et. al. im dickwandigen Bereich um 10 bis 66 % an, im dünnwandigen werden Korrekturen in der Größenordnung eines Faktors 2,8 (Moment in Umfangsrichtung) bzw. 5 ÷ 6,75 (Moment in Längsrichtung, s. als Beispiel Abb. 3-1) und 3 ÷ 4,5 (konstante Radiallast) für notwendig angesehen.

Wichman, Hopper und Mershon äußern zu diesem Vorgehen selber an einigen Stellen Warnungen über die Anwendbarkeit vor allem im dünnwandigen Bereich, da ihnen die Diskrepanz zwischen Rechnung und Messung zu groß und die Meßunsicherheit einschließlich Korrekturen mittels Spannungskonzentrationsfaktoren manchmal unsicher erscheint. Sie geben jedoch der Hoffnung Ausdruck, die veröffentlichten korrigierten Werte mögen durch die starke Anhebung immer auf der sicheren Seite liegen. Dies scheint offensichtlich der Fall zu sein, da viele Anwender mit den dermaßen gewonnenen Werten gute Erfahrungen gemacht haben. WRCB Nr. 107 ist deshalb einer der am häufigsten angewendeten Berichte des WRC geworden und erscheint inzwischen in der dritten überarbeiteten Fassung. Dennoch darf erstaunen, auf welchen Einschränkungen und Voraussetzungen, die leider vielfach mißachtet werden oder nicht mehr bekannt sind, auch weitverbreitete Arbeiten aufbauen, die sogar teilweise Einzug in Regelwerke gefunden haben.

3.4 Experimentelle Untersuchungen

Der Stand experimenteller Untersuchungen zur lokalen Belastung von Zylinderschalen ist stark abhängig vom Typ der lasteinleitenden Struktur. Was die Untersuchung von Tragelementen rechteckiger Geometrie angeht (z.B. Tragpratzen, Ösen, rechteckige Verstärkungsbleche unter beliebigen Tragelementen), so existieren sehr wenige Veröffentlichungen. Eine Ausnahme bietet dabei nur die Lagerung liegender Behälter auf Sätteln, für die eine ausreichende experimentelle Basis existiert. Reichlich ist hingegen die Literatur zur Belastung von Zylindern über Stutzen, die von der fast punktförmigen Belastung der Schale bis zur Durchdringung zweier Zylinder gleichen Durchmessers reicht.

Bei den folgenden kurz aufgeführten Arbeiten soll die zuletzt angesprochene Gruppe ausgeschlossen sein, da sie nicht Gegenstand der Untersuchung ist. Über experimentelle Untersuchungen zu Sattellagerungen wird bereits recht früh (1941) [52] berichtet, doch kranken die ersten Arbeiten daran, daß die höchstbeanspruchten Stellen oft nicht oder nur annähernd erfaßt wurden und meist wegen der verwendeten Geräte Mittelwerte über verhältnismäßig große Meßlängen erhalten wurden. Erst mit der Verwendung von Dehnungsmeßstreifen konnten diese Einschränkungen überwunden werden, so daß heute mit einer Reihe von Arbeiten [53] - [58] ein gutes Zahlenmaterial vorliegt, das Vergleiche mit Theorien aussagekräftig zuläßt.

Nur wenige Arbeiten beschäftigen sich dagegen mit Tragelementen, die außerhalb des Bereiches Stutzen und Sättel liegen. Die älteste Arbeit [19] befaßt sich mit punktförmiger radialer Belastung. Kloth [59] untersucht mit Hilfe der Reißlacktechnik und mit Feindehnungsaufnehmern Spannungsfelder in Bauteilen unter besonderer Berücksichtigung von Geometrieänderungen, so unter anderem auch die Krafteinleitung in runde Rohre für verschiedene Anschlußgeometrien (Laschen, Profile). Mit Hilfe der DMS-Technik haben Hennig [60] (nur radiale Belastung) sowie Cranch [61], Melworm [62] und Kitching [63] Untersuchungen der Kraft- und Momenteneinleitung über rechteckige Lastfeldgeometrien durchgeführt. Sie liefern damit einige Anhaltspunkte, ob die theoretisch ermittelten Werte für einfache Tragelementkonstruktionen zutreffend sein können, lassen aber Aussagen für komplizierter gebaute Tragelemente aufgrund der unterschiedlichen Geometrien nicht zu.

4. Das gewählte Berechnungsverfahren

Diskretisierende Rechenverfahren wie z.B. die Finite-Element-Methode sind für die Berechnung lokaler Lasteinleitungen bereits eingangs als für die Praxis nicht ausreichend einfach und flexibel handhabbar bezeichnet worden. Eine Verbesserung herkömmlicher Berechnungsmethoden ist hingegen noch durch die volle Ausnutzung der durch Schalentheorie und EDV gegebenen Möglichkeiten erreichbar. So werden als erster Schritt die bisher in allen einschlägigen Veröffentlichungen für den Zylinder verwendeten vereinfachten Schalentheorien (s. Kap. 3.2) durch jene von Flügge ersetzt. Als ein zweiter wird der in mehreren Arbeiten bewährte Ansatz zur Lösung des Differentialgleichungssystems mittels Entwicklung der Belastungen und Reaktionen in Doppel-Fourier-Reihen gewählt, die Reihen jedoch ohne vorgegebene feste Abbruchgrenzen, Inter- oder Extrapolationen bis zur befriedigenden Konvergenz des Ergebnisses berechnet.

4.1 Grundlagen

4.1.1 Das Differentialgleichungssystem

Wenn von der Biegetheorie dünner Schalen gesprochen wird, so setzt man in der Regel stillschweigend einige Bedingungen voraus, auf denen die Theorie mit aufbaut und die wichtig sind, um bei der Herleitung der Gleichungen Vereinfachungen treffen zu können. Es sind dies:

1) Die Wanddicke h der Schale ist klein im Vergleich mit anderen Abmessungen. Meist bezieht man sich auf den mittleren Radius und fordert

$$\frac{h}{R} \ll 1.$$

In der Praxis spricht man noch von dünnen Schalen, wenn $h/R < 0{,}1$ gilt.

2) Alle Verschiebungen sind hinreichend klein, d.h. sie sind sehr viel kleiner als die Wanddicke h (lineare Theorie).

3) Die Spannungen senkrecht zur Mittelfläche sind klein gegenüber den anderen Spannungskomponenten und können in den Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen vernachlässigt werden (ebener Spannungszustand).

4) Die Senkrechten der unverformten Mittelfläche bleiben Senkrechte der verformten Fläche. Manchmal wird die zusätzliche Annahme getroffen, daß die Dehnungen in Normalrichtung Null sind.

Diese Einschränkungen gelten für die Theorie von Love genauso wie z.B. von Flügge. Die in dieser Arbeit benutzten Gleichungen nach der Schalentheorie von Flügge werden im folgenden in der Schreibweise von Biezeno/Grammel [64] dargestellt. Die Definition der Koordinaten und der Schnittkräfte und -momente an einem Schalenelement sind in den Abbildungen 4-1 bis 4-3 enthalten.

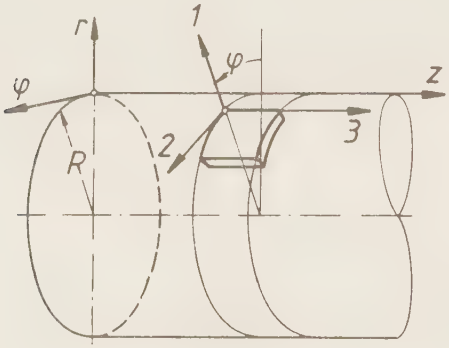


Abb. 4-1: Das Koordinatensystem beim beliebig belasteten Kreiszylinder

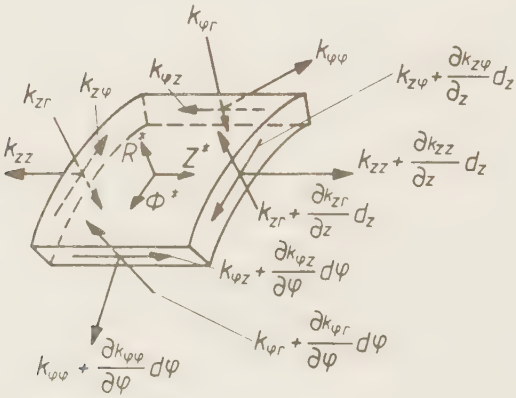


Abb. 4-2: Zylinderelement mit seinen Kräften
(R^*, Φ^*, Z^* sind die Komponenten der äußeren Kräfte bezogen auf die Einheit der Oberfläche)

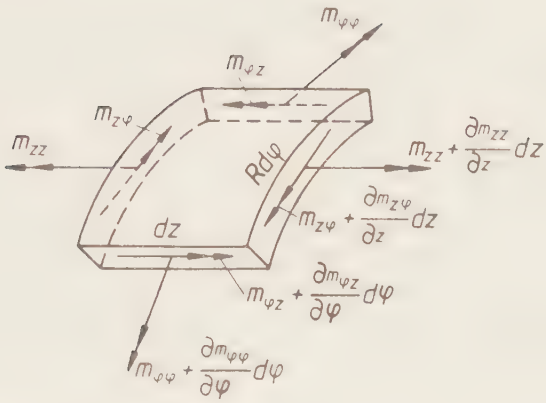


Abb. 4-3: Zylinderelement mit seinen Momenten

Durch die Ableitung über das Kräfte- und Momentengleichgewicht am Schalenelement und Ausdrücken dieser Schnittgrößen durch die Verformungen u, v und w (in radialer, tangentialer und axialer Richtung) erhalt man folgende gekoppelte Differentialgleichungen für die beliebig belastete, biegesteife Zylinderschale:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{R^2}\left(u + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{R}{m}\frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{h^2}{12}\left(\frac{1}{R^4}\frac{\partial^4 u}{\partial \varphi^4} + \frac{2}{R^2}\frac{\partial^4 u}{\partial \varphi^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \frac{2}{R^4}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \right.\\
&\qquad \left. + \frac{u}{R^4} - \frac{3m-1}{2mR^2}\frac{\partial^3 v}{\partial \varphi \partial z^2} + \frac{m-1}{2mRv}\frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^2 \partial z} - \frac{1}{R}\frac{\partial^3 w}{\partial z^3}\right) - \frac{R^*}{B} = 0\\
&\frac{1}{R^2}\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{m-1}{2m}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{m+1}{2mR}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi \partial z} + \frac{h^2}{12}\left(-\frac{3m-1}{2mR^3}\frac{\partial^3 u}{\partial \varphi \partial z^2} + \right.\\
&\qquad \left. + \frac{3m-1}{2mR^2}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \frac{\Phi^*}{B} = 0\\
&\frac{1}{mR}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{m+1}{2mR}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi \partial z} + \frac{m-1}{2mR^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{h^2}{12}\left(\frac{m-1}{2mRv}\frac{\partial^3 u}{\partial \varphi^2 \partial z} - \frac{1}{R}\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \right.\\
&\qquad \left. + \frac{m-1}{2mR^4}\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right) + \frac{Z^*}{B} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (4\text{-}1)$$

$$m = \frac{1}{\nu}, \quad B = \frac{m^2 Eh}{m^2 - 1}$$

Die Lösung dieser Gleichungen zerfällt in zwei Teile:

a) Die Bestimmung einer Partikulärlösung der vollständigen Gleichungen (4-1), und

b) die Bestimmung der allgemeinen Lösung des durch Nullsetzen von R^*, Φ^* und Z^* homogenisierten Gleichungssystems.

4.1.2 Der Lösungsweg

Das Randlastproblem (homogene Lösung) soll im weiteren nicht untersucht werden, da zum einen der gewählte Lösungsansatz für das Problem a) eine häufig auftretende Randwertkombination beinhaltet und zum anderen die lokalen Lasteinleitungen soweit vom Rande entfernt stattfinden sollen, daß eine gegenseitige Beeinflussung von Lasteinleitungsstelle und Rand unterbleibt. Somit ist eine Bestimmung der Randwertlösung nicht notwendig.

Wichtig ist dabei zu wissen, von welchem Punkt an von einem "randfernen" Bereich gesprochen werden kann. Es wird dazu der Begriff der Abklinglänge l' benutzt, einer Länge, die angibt, in welcher Entfernung die für die Beurteilung lokaler Störungen wichtigen Biegespannungen bei einer Belastung des Randes auf 10 % ihres Wertes abgefallen oder zu Null geworden sind. Es besteht dabei eine eindeutige Abhängigkeit von den geometrischen Parametern Radius und Wanddicke:

$$l' \geq c_1/\mu \tag{4-2}$$

mit

$$\mu = \sqrt[4]{\frac{3\,(1-\nu^2)}{h^2R^2}} \tag{4-3}$$

oder auf l' umgerechnet

$$l' \geq c_2\sqrt{h\,R} \tag{4-4}$$

Die Konstanten c_1 und c_2 werden von verschiedenen Autoren unterschiedlich angegeben. Sie schwanken zwischen c_2 = 2,34 [64] und c_2 = 3,85 [65, 66] (jeweils für ν = 0,3). Das AD-Merkblatt B9 [67] arbeitet mit c_2 = 2,82. An einem Beispiel mit gängigen Behälterabmessungen demonstriert bedeutet das Abklinglängen zwischen l' = 128 mm (für c_2 = 2,34 und h = 6 mm, R = 500 mm) und l' = 211 mm (für c_2 = 3,85 und h = 6 mm, R = 500 mm).

Eigene Beispielrechnungen und die durchgeführten Messungen zeigen, daß von Ausnahmen abgesehen die Abklinglänge für eine Randbelastung auch für einen lokalen Belastungsfall angenommen und eine gegenseitige Beeinflussung von Schalenrändern und Störstellen fast immer ausgeschlossen werden kann.

Bei dem Differentialgleichungssystem nach den Gleichungen (4-1) handelt es sich um drei lineare inhomogene Differentialgleichungen, die über die Größen u, v und w miteinander gekoppelt sind. Der Weg zur Lösung des Systems führt über die inhomogenen Glieder, die die Belastungsfunktionen darstellen. Ersetzt man sie durch Reihenentwicklungen, wobei sich besonders trigonometrische Terme anbieten (also Fourier-Reihen), so ist für jedes Glied dieser Reihe eine Lösung möglich. Eine abschließende Summation aller Teillösungen liefert letztendlich das Gesamtergebnis.

Entwickelt man dergestalt die vorgegebenen äußeren Belastungen (R^*, Φ^*, Z^*) sowohl in Umfangs- wie auch in Längsrichtung in Fourier-Reihen nach den Argumenten φ und z, erhält man für diese Doppel-Fourier-Reihen z.B. folgende mögliche Ausdrücke:

$$R^* = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} a'_{pq} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} b'_{pq} \cos p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} + \\ + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{\leftarrow=0}^{\infty} c'_{pq} \sin p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} d'_{pq} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} \qquad (4\text{-}5)$$

mit

$$\lambda = q \cdot 2 \cdot \frac{R}{L} \cdot \pi$$

(p und q ganze Zahlen, R = Radius, L = Zylinderlänge)

Sieht man die zu jedem p- und q-Wert gehörende Belastungskomponente als Einzelbelastung an, so läßt sich zu jeder dieser Einzelbelastungen ein partikuläres Integral der Gleichungen (4-1) angeben.

4.1.3 Formelsatz

In den meisten Fällen genügt es, die Entwicklung nach Gleichung (4-5) in wesentlich vereinfachter Form anzuwenden.

Betrachtet man als Beispiel die Belastung

$$R^*_{pq} = a'_{pq} \cdot \cos p\varphi \cdot \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$\Phi^*_{pq} = a''_{pq} \cdot \sin p\varphi \cdot \sin \lambda \frac{z}{R} , \qquad (4\text{-}7)$$

$$Z^*_{pq} = a'''_{pq} \cdot \cos p\varphi \cdot \cos \lambda \frac{z}{R},$$

so sieht man, daß (4-1) erfüllt wird durch

$$u = u_{pq} \cdot \cos p\varphi \cdot \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$v = v_{pq} \cdot \sin p\varphi \cdot \sin \lambda \frac{z}{R} , \qquad (4\text{-}8)$$

$$w = w_{pq} \cdot \cos p\varphi \cdot \cos \lambda \frac{z}{R} .$$

Durch Einsetzen in (4-1) erhält man ein lineares Gleichungssystem in den Größen u_{pq}, v_{pq} und w_{pq}, das nach Auflösung und Einsetzen in die Schnittgrößenbeziehungen die zu der Teilbelastung R^*_{pq} (Φ^*_{pq} oder Z^*_{pq} respektive) gehörenden Schnittgrößen ergibt.

Unter Vernachlässigung von Gliedern mit zweiter oder höherer Potenz von k erhält man nach [46] mit

$$N = \frac{m^2-1}{m^2} \lambda^4 + k \left[(\lambda^2 + p^2)^4 - 2 \left(\frac{\lambda^6}{m} + 3\lambda^4 p^2 + \frac{4m-1}{m} \lambda^2 p^4 + p^6\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{4m^2-3}{m^2} \lambda^4 + \frac{2\,(2m-1)}{m} \lambda^2 p^2 + p^4 \right], \qquad (4\text{-}9)$$

(wobei $m = 1/\nu$) die Beziehungen (4-10) bis (4-12). Es ist sofort zu erkennen, daß hier nur eine Berechnung mit Hilfe der EDV möglich ist.

I) Zu der radialen Belastung $R^*_{pq} = a'_{pq} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}$ gehörende Schnittgrößen:

$$\left.\begin{aligned} k_{\varphi\varphi} &= \left\{ \frac{m^2-1}{m^2} \lambda^4 - k \left[\frac{\lambda^6}{m} + 3\lambda^4 p^2 + \frac{4m-1}{m} \lambda^2 p^4 + p^6 - \frac{4m^2-3}{m^2} \lambda^4 - \right.\right. \\ &\quad \left.\left. - \frac{2\,(2m-1)}{m} \lambda^2 p^2 - p^4 \right] \right\} \frac{R\, a'_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} , \\ k_{\varphi z} &= - \frac{m-1}{m} \lambda^3 p \left[\frac{m+1}{m} + 2k \left(\lambda^2 + p^2 + \frac{1}{m}\right) \right] \frac{R\, a'_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} , \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}10)$$

$$m_{\varphi\varphi} = -\frac{m-1}{m} k \lambda p (\lambda^4 + 2\lambda^2 p^2 + p^4 - \lambda^2 - p^2) \frac{R^2 a'_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$m_{\varphi z} = k \left(\frac{p^6}{m} - \frac{m+2}{m} \lambda^4 p^2 - \frac{2m+1}{m} \lambda^2 p^4 - p^6 + \lambda^4 - 2\lambda^2 p^2 + p^4 - \lambda^2 + p^2\right) \frac{R^2 a'_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$k_{z\varphi} = -\frac{m-1}{m} \lambda p \left[\frac{m+1}{m} \lambda^2 + k (\lambda^4 - p^4 + \frac{m+2}{m} \lambda^2 + p^2)\right] \frac{R\, a'_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$k_{zz} = \frac{m-1}{m} \lambda^2 p^2 \left[\frac{m+1}{m} + 2k (\lambda^2 + p^2 + \frac{1}{m})\right] \frac{R\, a'_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}, \qquad (4\text{-}10)$$

$$m_{z\varphi} = -k \left(\lambda^6 + \frac{2m+1}{m} \lambda^4 p^2 + \frac{m+2}{m} \lambda^2 p^4 + \frac{p^6}{m} - \frac{\lambda^4}{m} + \frac{m^2-2m-1}{m^2} \lambda^2 p^2 - \frac{p^4}{m}\right) \times$$

$$\times \frac{R^2 a'_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$m_{zz} = \frac{m-1}{m} k \lambda p (\lambda^4 + 2\lambda^2 p^2 + p^4 - \frac{2m+1}{m} \lambda^2 - p^2) \frac{R^2 a'_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ;$$

II) Zu der tangentialen Beanspruchung a''_{pq} und $\sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}$ gehörende Schnittgrößen:

$$k_{\varphi\varphi} = kp \left(\frac{2m+1}{m} \lambda^6 + \frac{5m+2}{m} \lambda^4 p^2 + \frac{4m+1}{m} \lambda^2 p^4 + p^6 -\right.$$

$$\left. - \frac{2m^2 + 2m - 1}{m^2} \lambda^4 - 4\lambda^2 p^2 - p^4\right) \frac{R\, a''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$k_{\varphi z} = \lambda \left\{\frac{m^2-1}{m^2} \lambda^2 + k \left[\lambda^6 + \frac{2m-1}{m} \lambda^4 p^2 + \frac{m-2}{m} \lambda^2 p^4 - \frac{p^6}{m} - \frac{2\lambda^4}{m} +\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2(m-1)}{m^2} \lambda^2 p^2 + \frac{2p^4}{m} + \lambda^2 - \frac{p^2}{m}\right]\right\} \frac{R\, a''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$m_{\varphi\varphi} = \frac{m-1}{m} k\lambda \left(\frac{2m+1}{m} \lambda^2 p^2 + p^4 - \frac{m+1}{m} \lambda^2 - p^2\right) \frac{R^2 a''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$m_{\varphi z} = -kp \left[\frac{2m+1}{m^2} \lambda^4 + \frac{2(m+1)}{m} \lambda^2 p^2 + p^4 - \frac{2m+1}{m} \lambda^2 - p^2\right] \times \qquad (4\text{-}11)$$

$$\times \frac{R^2 a''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$k_{z\varphi} = \lambda \left\{\frac{m^2-1}{m^2} \lambda^2 + k \left[\lambda^6 + \frac{2m-1}{m} \lambda^4 p^2 - \frac{m-2}{m} \lambda^2 p^4 - \frac{p^6}{m} - \frac{2\lambda^4}{m} -\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{(2m-1)(m-1)}{m^2} \lambda^2 p^2 - \frac{m-3}{m} p^4 + \frac{2m^2-1}{m^2} \lambda^2 + \frac{m-2}{m} p^2\right]\right\} \times$$

$$\times \frac{R\, a''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} ,$$

$$
\left.
\begin{aligned}
k_{zz} &= -p\left\{\frac{m^2-1}{m^2}\lambda^2 + k\left[\lambda^6 + \frac{2m-1}{m}\lambda^4 p^2 + \frac{m-2}{m}\lambda^2 p^4 - \frac{p^6}{m} - \frac{2\lambda^4}{m} + \right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \frac{2(m-1)}{m^2}\lambda^2 p^2 + \frac{2p^4}{m} + \lambda^2 - \frac{p^2}{m}\right]\right\} \frac{R\, a''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,, \\
m_{z\varphi} &= kp\left(\frac{2m+1}{m}\lambda^4 + \frac{m^2+2m+1}{m^2}\lambda^2 p^2 + \frac{p^4}{m} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{m2-2m-2}{m^2}\lambda^2 - \frac{p^2}{m}\right) \frac{R^2 a''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,, \\
m_{zz} &= -\frac{m-1}{m} k\lambda \left[\frac{2m+1}{m}\lambda^2 p^2 + p^4 - \frac{2(m+1)}{m}\lambda^2 - p^2\right] \frac{R^2 a''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}\,,
\end{aligned}
\right\} \quad (4\text{-}11)
$$

III) Zu der axialen Belastung $Z^*_{pq} = a'''_{pq} \cos p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}$ gehörende Schnittgrößen:

$$
\left.
\begin{aligned}
k_{\varphi\varphi} &= -k\lambda\left[\frac{\lambda^6}{m} - \frac{m-2}{m}\lambda^4 p^2 - \frac{2m-1}{m}\lambda^2 p^4 - p^6 - \lambda^4 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2(m-1)}{m}\lambda^2 p^2 + p^4\right] \frac{R\, a'''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,, \\
k_{\varphi z} &= kp\left[\frac{\lambda^6}{m} - \frac{m-2}{m}\lambda^4 p^2 - \frac{2m-1}{m}\lambda^2 p^4 - p^6 - \frac{m^2+2m-1}{m^2}\lambda^4 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{4(m-1)}{m}\lambda^2 p^2 + 2p^4 - \frac{2m-3}{m}\lambda^2 - p^2\right] \frac{R\, a'''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}\,, \\
m_{\varphi\varphi} &= -\frac{m-1}{m} k\lambda^2 p \left(\frac{\lambda^2}{m} - p^2 + 1\right) \frac{R^2 a'''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}\,, \\
m_{\varphi z} &= k\lambda \left(\frac{\lambda^4}{m^2} - p^4 - \frac{\lambda^2}{m} + p^2\right) \frac{R^2 a'''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,, \\
k_{z\varphi} &= kp\left[\frac{\lambda^6}{m} - \frac{m-2}{m}\lambda^4 p^2 - \frac{2m-1}{m}\lambda^2 p^4 - p^6 - \frac{m+1}{m}\lambda^4 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{3(m-1)}{m}\lambda^2 p^2 + 2p^4 - \frac{m-2}{m}\lambda^2 - p^2\right] \frac{R\, a'''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R}\,, \\
k_{zz} &= -\lambda\left\{\frac{m^2-1}{m^2}\lambda^2 + k\left[\lambda^6 + \frac{4m+1}{m}\lambda^4 p^2 + \frac{5m+2}{m}\lambda^2 p^4 + \frac{2m+1}{m} p^6 - \right.\right. \\
&\quad - \frac{2\lambda^4}{m} - \frac{7m^2+2m-1}{m^2}\lambda^2 p^2 - \frac{2(2m+1)}{m} p^4 + \frac{4m^2-3}{m^2}\lambda^2 + \\
&\quad \left.\left. + \frac{2m+1}{m} p^2\right)\right\} \frac{R\, a'''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,, \\
m_{z\varphi} &= -k\lambda\left(\frac{\lambda^4}{m} - \frac{m^2-1}{m^2}\lambda^2 p^2 - \frac{p^4}{m} - \lambda^2 + \frac{p^2}{m}\right) \frac{R^2 a'''_{pq}}{N} \cos p\varphi \sin \lambda \frac{z}{R}\,,
\end{aligned}
\right\} \quad (4\text{-}12)
$$

$$m_{zz} = \frac{m-1}{m} k\lambda^2 p \left(\frac{\lambda^2}{m} - p^2 + 1 \right) \frac{R \cdot a'''_{pq}}{N} \sin p\varphi \cos \lambda \frac{z}{R} . \tag{4-12}$$

Für alle anderen Belastungsfunktionen lassen sich entsprechende Formelsätze herleiten. Die zu diesem Ansatz gehörenden Randbedingungen treten häufig auf. Setzt man z=0 oder z=L, so ergibt sich

$$\lambda \cdot z/R = 0$$

oder

$$\lambda \cdot z/R = q \cdot 2\pi \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{L}{R} = q \cdot 2 \cdot \pi$$

und damit jeweils sin λ z/R=0. An den Rändern verschwinden also die Verschiebungen in radialer und tangentialer Richtung (u und v) sowie die Schnittgrößen $k_{\varphi\varphi}$, $m_{\varphi z}$, k_{zz} und $m_{z\varphi}$. Das sind aber genau die Größen, die am Rande Null werden müssen, wenn der Zylinder dort frei gelagert wird (in der Ebene z=0 und z=L nicht verformbar, wohl aber senkrecht dazu). Dies ist gleichbedeutend mit dem Fall, daß der Zylinder bei z=0 und z=L durch ebene Platten oder Böden abgeschlossen wird.

Mit diesem Formelsatz lassen sich die aus der Summe aller Einzelbelastungen $R^* = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} R^*_{pq}$ herrührenden Summen der Einzellösungen aller Schnittgrößen bilden, z.B. $M_{\varphi\varphi} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} m_{\varphi\varphi}$. Für die Belastungen $\Phi^* = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \Phi^*_{pq}$ und $Z^* = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} Z^*_{pq}$ und die aus diesen resultierenden Schnittkräfte und -momente wird analog verfahren. Aus den summierten Schnittgrößen erhält man dann auf bekanntem Wege [64] die Spannungen:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\varphi,\,\text{Membran}} &= K_{\varphi\varphi}/h \\
\sigma_{\varphi,\,\text{Biegung}} &= \pm\, 6 \cdot M_{\varphi\,z}/h^2 \\
\sigma_{z,\,\text{Membran}} &= (K_{zz} + M_{z\varphi}/R)/(h - h^3/12R^2) \\
\sigma_{z,\,\text{Biegung}} &= \pm\, (K_{zz} \cdot h^2/12R + M_{z\varphi})/(h^4/72R^2 - h^2/6) \\
\tau_{\varphi z,\,\text{Membran}} &= K_{\varphi z}/h \\
\tau_{\varphi z,\,\text{Biegung}} &= \mp\, M_{\varphi\varphi} \cdot 6/h^2 \\
\tau_{z\varphi,\,\text{Membran}} &= (-M_{zz}/R + K_{z\varphi})/(h - h^3/12R^2) \\
\tau_{z\varphi,\,\text{Biegung}} &= \pm\, (K_{z\varphi} \cdot h^2/12R - M_{zz})/(h^4/72R^2 - h^2/6)
\end{aligned} \tag{4-13}$$

Bei den Biegespannungen bezieht sich das obere Vorzeichen auf die Außenseite der Schale, das untere auf die Innenseite.

Die nun noch verbleibende Aufgabe ist die Wahl eines geeigneten Lastmodells für den jeweiligen Lastfall, die Entwicklung der Lastverteilung in Fourier-Reihen und somit die Bestimmung der Koeffizienten a'_{pq}, a''_{pq} und a'''_{pq}.

4.2 Lastfälle

4.2.1 Überlegungen zu den Lastmodellen

Bei der allgemeinen Lösung eines komplexen technischen Problems (z.B. Überprüfung der Festigkeit eines Druckbehälters) kommt man über mehrere Originalprobleme (z.B. Berechnung eines Zylinders gegen Belastung durch Tragelemente), die meist nicht direkt lösbar sind, zu berechenbaren Ersatzproblemen (z.B. Berechnung eines Zylinders gegen Belastung durch definierte Flächenkräfte). Nach der Lösung der Ersatzprobleme folgt die Aus- und Bewertung der Ergebnisse, wobei nach unbefriedigendem Ausgang die Rückkehr zu früheren Arbeitsetappen, z.B. Überprüfung der Auswahl und eventuell Neufestlegung von Ersatzproblemen erforderlich sein kann.

Die Wahl der Ersatzprobleme liegt im vorliegenden Fall in der richtigen Erfassung der Reaktionskräfte zwischen Tragelement und Zylinder, welche durch gedachtes "Freischneiden" des Zylinders vom Tragelement als auf den Zylinder wirkende äußere Kräfte angenommen werden. Die damit verbundenen Vereinfachungen, wie Vernachlässigung der Versteifung der Zylinderschale durch das jeweilige Tragelement und einer evtl. vorhandenen Verstärkung, müssen als Folge in Kauf genommen werden.

Entwicklungsziel muß daher sein, für alle gängigen Tragelemente (z.B. die in den DIN-Normen beschriebenen), aber auch für andere Bauarten, Lastmodelle anzugeben, die die Belastungen durch jene Tragelemente nachbilden können. Die Modelle sollen eine möglichst kleine Abweichung von der Realität besitzen, aber doch so einfach sein, daß man sie mit den zu verwendenden theoretischen Ansätzen ausdrücken kann. Dieser Widerspruch und der zu findende Kompromiß bilden eine Fehlerquelle, deren Auswirkung nicht immer abschätzbar ist. Dazu kommt die Entscheidung für die Entwicklung der Belastungen in Doppel-Fourier-Reihen, wodurch lediglich rechteckige Lastfelder erfaßt und kreisförmige Geometrien (z.B. Rohranschlüsse) nicht berechnet werden können.

Bisher wurde von verschiedenen Autoren [38] - [49] stets angenommen, daß Belastungen durch lokale Lasteinleitungen bei den Ersatzsystemen entweder zu Punkt-, Linien- oder Flächenlasten führen, deren Wert konstant ist oder linear über die Linie bzw.

Fläche vom positiven zum negativen Bereich variiert (s. Abb. 4-4). Ein konstanter Wert wird für eine Zug- oder Druckbelastung angenommen, eine Veränderung der Lasten vom Zug- in den Druckbereich soll eine Biegebelastung simulieren. Es stellt sich die Frage, [illegible] der Ersatzsysteme für Tragelemente geeignet sind. Zur Beantwortung wurden für mehrere Tragelemente am Regionalen Rechenzentrum Erlangen (RRZE) mit dem dort installierten CDC-Großrechner Finite-Element-Rechnungen mit dem Programm SAPIV [68] durchgeführt (Tragöse und Tragpratze) bzw. auf das einschlägige Schrifttum zurückgegriffen (Sattel) [55, 56]. Die wichtigsten Ergebnisse sollen im folgenden kurz erläutert werden.

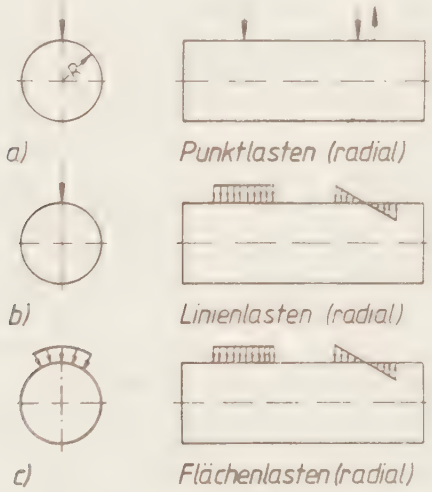


Abb. 4-4: Lastmodelle für Zug-/Druckbelastung und Biegebelastung

Mit der Finiten-Element-Methode wurden [illegible] Tragöse und Pratze [illegible], die Tragöse stellvertretend für relativ steife Strukturen und einem einzigen vorhandenen Lastfeld, die Tragpratze als Sonderelement mit drei Lastfeldern (zwei Stegen und der Auflage). Es wurden jeweils nur das Tragelement selber [illegible], nicht über den Zylinder; die Kontaktfläche wurde als [illegible]. In den Abbildungen 4-5 und 4-6 sind die Ergebnisse für zwei Belastungen [illegible] Tragöse [illegible]. Es bedeutet darin die über je 19 Boundary-Elemente (Federelemente) ermittelte Reaktionskraft (radial und axial) zwischen Tragelement und Zylinder. Die Abb. 4-5 zeigt

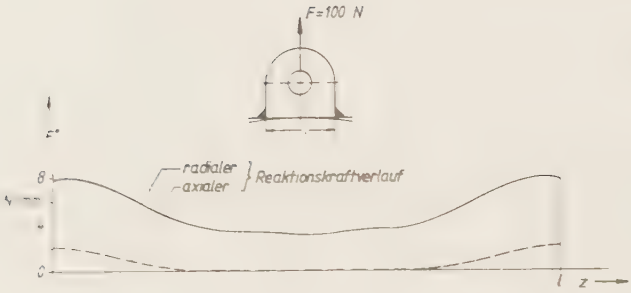


Abb. 4-5: Radiale und axiale Reaktionskraftverteilung bei einer Tragöse nach DIN 28086

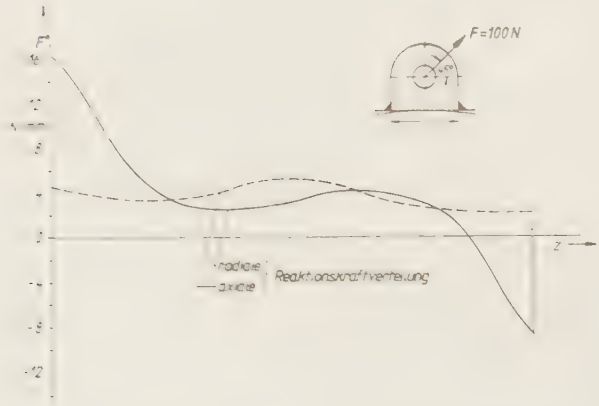


Abb. 4-6: Radiale und axiale Reaktionskraftverteilung bei einer Tragöse nach DIN 28086

eine rein radiale Belastung (F = 100 N), die auf den Zylinder wirkende radiale Reaktionskraft (durchgezogene Linie) ist spiegelsymmetrisch zur Mittelsenkrechten der Tragöse und variiert im Wert zwischen F* = 7,8 N/mm und 3,2 N/mm . Trotz dieser Schwankungen kann man sie noch mit einer konstanten Verteilung, die den theoretischen Wert 5,3 N/mm besitzt, annähern. Man sieht jedoch bereits hier, welche Vereinfachungen notwendig sind.

In Abb. 4-6 wird die gleiche Tragöse einer Zugbelastung ausgesetzt, die unter 45° angreift. Man erhält nun zusätzlich zur radialen Zugbelastung eine Biegebelastung und eine Axialbelastung. Bei einer konstanten Verteilung der Reaktionskraft, verursacht durch die Zugbelastung, ergibt sich jetzt F* = 3,7 N/mm . Reduziert man die gesamte radiale Reaktionskraft (durchgezogene Linie) um diesen Wert, so erhält man einen in etwa punktsymmetrischen Reaktionsverlauf, der sich durch eine lineare Verteilung annähern läßt, deren Werte von + 12,7 N/mm am linken Rand zu - 12,6 N/mm am rechten Rand wechseln. Der Axial-Reaktionskraftverlauf, der in Bild 4-5 ungefähr Null ist, läßt sich in Bild 4-6 wiederum gut durch eine konstante Last annehmen (gestrichelte Kurve; theoretischer Wert 3,7 N/mm).

An diesem Beispiel ist zu erkennen, daß Lastmodelle mit konstanter und linear vom Zug- in den Druckbereich (oder umgekehrt) wechselnder Last durchaus den Realitäten nahekommen. Einen Sonderfall bildet jedoch die Tragpratze (ohne Verstärkungsblech). Die bestehenden Zweifel bezüglich eines linearen Verlaufes der Reaktionskräfte vom positiven zum negativen Wertebereich stellten sich als begründet heraus. Die Ergebnisse einer diesbezüglichen Rechnung, die unter gleichen Bedingungen für die ös. Tragöse durchgeführt wurde, zeigt Abb. 4-7. Über die Höhe der Pratze ist die aus einer Momentenbelastung resultierende Radialkraftverteilung aufgetragen. Man erkennt, daß demnach hier kein linearer Verlauf vom oberen Stegende bis zur Auflage (unten) vorhanden ist (durchgezogene Kurve). Eine Erfassung der Verteilung scheint noch am besten durch zwei verschieden große konstante Flächenlasten mit unterschiedlichen Vorzeichen in Stegen und der Auflage möglich (gestrichelter Verlauf). Einschränkend muß dazu an dieser Stelle erwähnt werden, daß die Auflage in Umfangsrichtung nicht diskretisiert wurde. Es sind darum an dieser Stelle keine Aussagen über eine Verteilung in Umfangsrichtung zu gewinnen. Anstatt einer (annähernd) konstanten Belastung können sich ggf. auch andere Formen der Reaktionsverläufe einstellen, wie es sich bei dem Beispiel der Tragöse bereits andeutete. Experimentelle Ergebnisse für die Tragpratze werden dann auch zeigen, daß es sinnvoller sein kann - wie auch beim folgenden Fall der Sattellagerung - andere Modelle zu benutzen.

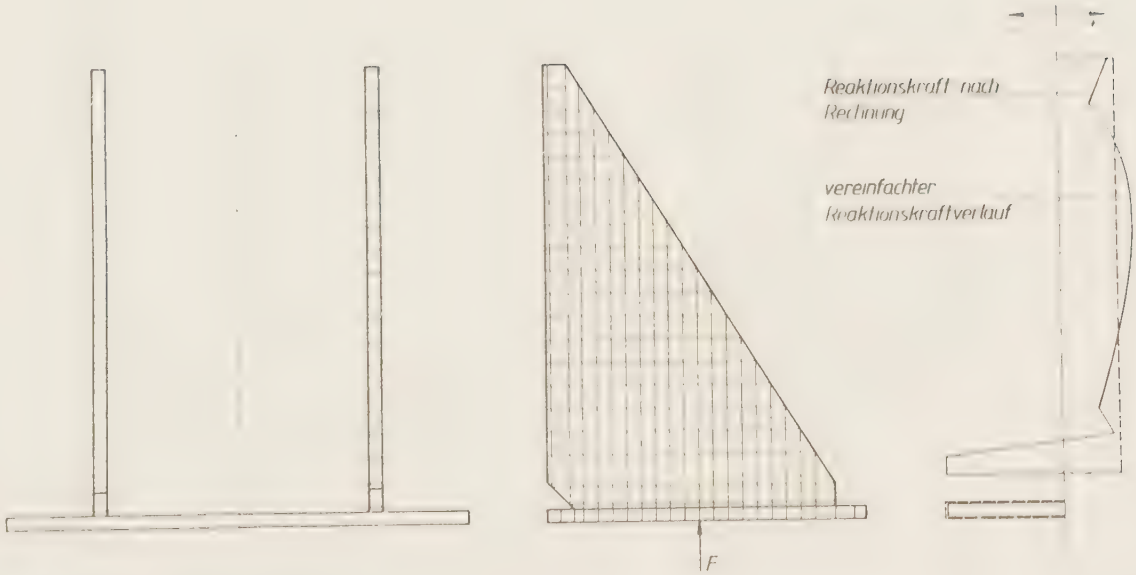


Abb. 4-7: Radialkraftverteilung an unverschiebbarer Unterlage bei einer Pratze nach DIN 28083

Für die rechnerische Erfassung der Sattellagerungen werden Messungen und Überlegungen mehrerer Autoren herangezogen. Das Beispiel einer Lagerung auf Satteln zeigt die Abbildung 4-8. Die einfachste Modellvorstellung ist wiederum die einer gleichmäßigen Lagerung und damit einer gleichmäßigen Flächenpressung unter dem Sattel (Abb. 4-9a). Experimentelle Untersuchungen zeigen jedoch Unstimmigkeiten mit den so gewonnenen Werten. Messungen von Zwiesele [55] und Mang [56] legen den Gedanken nahe, eine in Umfangsrichtung parabolisch variierende Lastverteilung anzusetzen (s. Abb. 4-9b). Im Lastmodell wird deshalb die Möglichkeit gegeben, die Auflagerreaktion bei der Sattellagerung von einer konstanten Flächenlast (weiche Konstruktionen) bis zu einer parabolischen Flächenlast anzunehmen, bei der die Reaktion in der Sattelmitte (in Umfangsrichtung) zu Null wird (steife Konstruktionen).

Für die bei einer Belastung von Zylindern über Tragelemente maßgebenden Lastfälle (Einleitung von Biegemomenten in Längs- und Umfangsrichtung des Zylinders, Einleitung einer reinen Axial-, Tangential- oder Radiallast) werden bei den folgenden durchgeführten Rechnungen mit Ausnahme von Sattel und Tragpratze die Biegemomente in erster Näherung durch lineare Zug-Druck-Verteilungen simuliert, die Krafteinleitungen durch konstante Belastungen. Bei Sätteln wird von der angegebenen parabolischen Lastverteilung Gebrauch gemacht, während für die Momenteneinleitung über eine Pratze zunächst ein Modell mit konstanten Flächenlasten unterschiedlicher Vorzeichen in Steg und Auflage benutzt wird, das später aufgrund von Erkenntnissen aus den Messungen weitere Modifikationen erfährt.

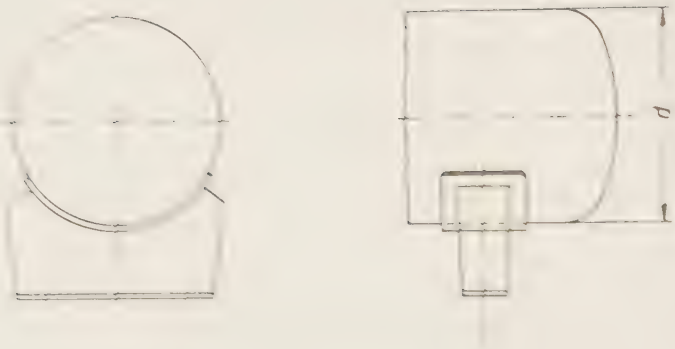
Zusammenfassend ist zum Problem der Modellfindung zu bemerken, daß gedankliche Modelle mit einer konstanten Belastung oder linear verteilten Flächenbelastung zur Simulierung von Druck/Zug oder Biegebelastung zwar mit rechnerischen Methoden überprüfbar und z.T. auch verifizierbar sind, daß aber eine abschließende Aussage über den Grad ihrer Eignung erst nach ausreichender experimenteller Überprüfung getroffen werden kann.

4.2.2 Die Fourierkoeffizienten

4.2.2.1 Die berücksichtigten Lastmodelle

Zur Erfassung der Lasteinleitung über Tragelemente wurden folgende acht Lastmodelle entwickelt:

1) Biegemoment in Längsrichtung über
2) Rechteckflächen
3) Konstante Radiallast auf einer Rechteckfläche


d

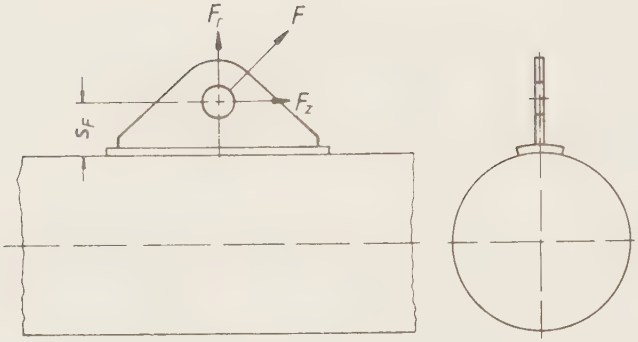
4) Biegemoment über eine Pratze nach DIN 28083 (zwei Modelle)
5) Biegemoment in Umfangsrichtung über eine Rechteckfläche
6) Sattellagerung (Radiallast mit parabolischer Verteilung)
7) Konstante Axiallast (Schub) auf eine Rechteckfläche
8) Konstante Tangentiallast (Schub) auf eine Rechteckfläche

Beispiele für die sich ergebenden möglichen Lastfälle sind in der Abbildung 4-10 (Lastfälle 1, 3, 7) und Abb. 4-11 (Lastfall 4) sowie in den Abbildungen 4-9 (Lastfall 6) enthalten. Die verschiedenen Lastmodelle sind in den Abbildungen 4-12 und 4-13 schematisch dargestellt. Bei allen Modellen mit Ausnahme von Nr. 5) und 6) ist vorgesehen, daß eine Anzahl N_o (N_o = 1,2,3, . . .) auf dem Umfang gleichmäßig verteilter Lastfelder vorhanden sein kann. Eine mögliche Beeinflussung mehrerer Lasteinleitungsstellen ist damit überprüfbar.

4.2.2.2 Entwicklung der Fourierkoeffizienten

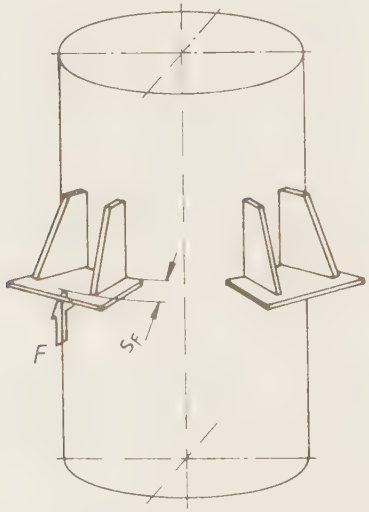
Die Entwicklung der Fourierkoeffizienten sei am Beispiel des Lastfalles 1) näher ausgeführt und erläutert. Es wird dabei ein Längsbiegemoment in einen Zylinder der Länge L mit dem Radius R eingeführt. Das Lastfeld ist rechteckig und hat die Abmessungen H_2^* (Längsrichtung, z) und $2\varphi_2$ (in Umfangsrichtung φ), s. a. Abb. 4-10. Es kann entweder als Ganzes belastet werden ($2\varphi_1 = 0$) oder nur über zwei Streifen ($2\varphi_1 = 0$). Im letzteren Fall bleibt die aus $2\varphi_1$ gebildete Mittelfläche unbelastet. In Abbildung 4-14 ist die Anzahl der auf einem Meridian wirkender Lastfelder, also N_0, gleich zwei.

Für die theoretische Betrachtung denkt man sich unendlich viele Zylinder der Länge L mit derselben Geometrie und derselben Belastung aneinandergereiht. Man erhält dann in Längsrichtung des Zylinders eine Periodizität mit der Periodenlänge T = L. Gleichzeitig liegt in Umfangsrichtung natürlich bezüglich der Lasteinleitungsstellen eine Periodenlänge von $T = 2\pi R$ vor.



F bewirkt - durch F_r: radiale Belastung (Lastmodell Nr. 3)
- durch $F_z \cdot s_F$: Biegung (Lastmodell Nr. 1)
- durch F_z: Axialschub (Lastmodell Nr. 7)

Abb. 4-10: Belastung eines Zylinders über eine Tragöse



F bewirkt - durch $F \cdot s_F$: Biegung (Lastmodell Nr. 4)
- durch F: Axialschub (Lastmodell Nr. 7)

Abb. 4-11: Belastung eines Zylinders durch eine Tragpratze

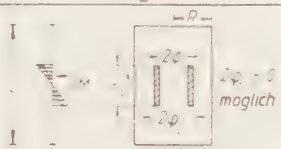
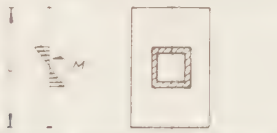
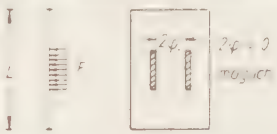
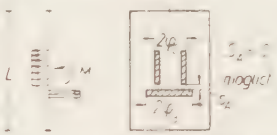
Nr	Darstellung	Lastfall	Idealisierung
1)		Moment in Langsrichtung	lineare Zug-Druck-Verteilung
2)		Moment in Langsrichtung	wie 1
3)		Radiallast	konstante Flachenlast
4a)		Moment in Langsrichtung	konstante Lasten mit verschiedenen Vorzeichen
4b)	in Umfangsrichtung variabel, s a Nr 6	Moment in Langsrichtung	lineare Zugverteilung in den Stegen, in der Auflage in Umfangsrichtung variable Last analog Nr 6

Abb. 4-12: Lastmodelle für Lasteinleitungen in Zylinderschalen, Modell 1 bis 4

Nr	Darstellung	Lastfall	Idealisierung
5)		Moment in Umfangsrichtung	lineare Zug-Druck-Verteilung
6)		Veränderliche Radiallast, Sattellagerung	in Umfangsrichtung veränderliche Flächenlast
7)		Schub in Axialrichtung über eine Rechteckfläche	Konstante Flächenlast
8)		Schub in Umfangsrichtung über eine Rechteckfläche	Konstante Flächenlast

Abb. 4-13: Lastmodelle für Lasteinleitungen in Zylinderschalen, Modell 5 bis 8

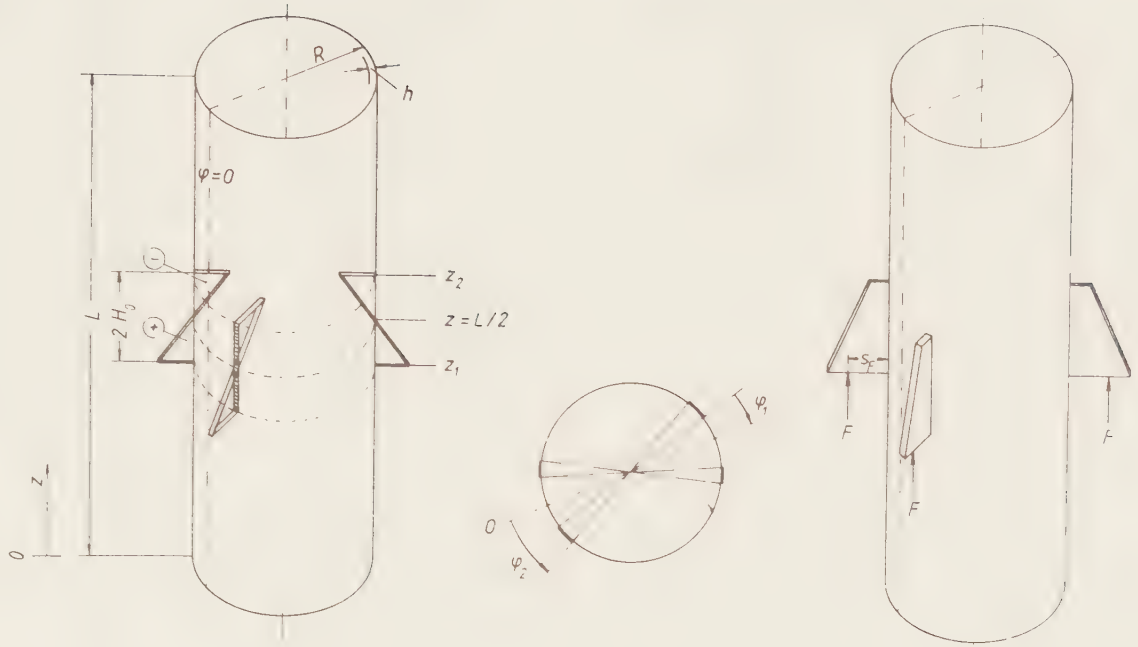


Abb. 4-14: Lastfelder nach Lastfall 1 für $N_o = 2$
(von links: Außenansicht der Lastfelder, Schnitt bei $z_1 < z < z_2$, Beispiel)

Möchte man nun die Belastungsfunktion in ihre Fourier-Reihe entwickeln, so lassen sich für eine Entwicklung

$$f(x) = a_o/2 + \sum_p a_p \cos(px) + \sum_q b_q \sin(qx)$$

die Koeffizienten a_p und b_q durch Berechnung der Integrale

$$a_p = \frac{2}{T} \int_o^T f(x) \cos \frac{2\pi px}{T} \, dx \qquad (p = 0,1,2 \ldots) \tag{4-14}$$

und

$$b_q = \frac{2}{T} \int_o^T f(x) \sin \frac{2\pi qx}{T} \, dx \qquad (q = 1,2, \ldots) \tag{4-15}$$

bestimmen [69]. Man kann beweisen, daß f im Intervall T in eine konvergente Fourier-Reihe entwickelt werden kann, wenn f stückweise stetig differenzierbar ist und wenn in den endlich vielen Ausnahmepunkten die Ableitung einen links- und einen rechtsseitigen Grenzwert hat. Für die im weiteren Verlauf durchgeführten Betrachtungen tritt diese letzte Annahme stets zu. An der Unstetigkeitsstelle x ist die Summe der Reihe gleich

$$\frac{f(x-0) + f(x+0)}{2},$$

wobei $f(x-0) = \lim_{h \to 0} f(x-h)$ und $f(x+0) = \lim_{h \to 0} f(x+h)$.

Für das gewählte Beispiel läßt sich somit die folgende Entwicklung durchführen. Es sei $T = L$ die Periodenlänge in Längsrichtung und H_o die halbe Lastfeldlänge ($H_o = H_y/2$), damit $z_1 = L/2 - H_o$ und $z_2 = L/2 + H_o$ (Abb. 4-14). Die Belastungsfunktion läßt sich dann schreiben als

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq z < z_1, \\ \dfrac{z - L/2}{H_o} & \text{für } z_1 \leq z \leq z_2 \\ 0 & \text{für } z_2 < z \leq L, \end{cases}$$

wobei der größte Wert dieser Funktion zunächst zu Eins gesetzt wird. Die Bestimmung der Fourierkoeffizienten erfolgt nach Gleichung (4-15) mit einem Sinusansatz zu:

$$b_q = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin\left(\frac{2\pi q}{T} z\right) dz$$

$$= \frac{2}{L} \int_{\frac{L}{2} - H_o}^{\frac{L}{2} + H_o} \left(\frac{z - L/2}{H_o}\right) \sin\left(\frac{2\pi q}{L}\right) dz$$

$$= (-1)^q \frac{L}{q^2 \pi^2 H_o} \sin\left(q^2 \pi \frac{H_o}{L}\right) - \frac{2}{q\pi} \cos\left(q^2 \pi \frac{H_o}{L}\right) \tag{4-16}$$

In Zylinderumfangsrichtung lautet die Belastungsfunktion:

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 & \text{für } N_1 \cdot \frac{\pi}{2} - \varphi_2 \leq \varphi \leq N_1 \cdot \frac{\pi}{2} - \varphi_1 \\ 1 & \text{für } N_1 \cdot \frac{\pi}{2} + \varphi_1 \leq \varphi \leq N_1 \cdot \frac{\pi}{2} + \varphi_2 \\ 0 & \text{im übrigen Bereich } (N_1 = 0,1,2, \ldots, N_o - 1) \end{cases}$$

Mit einem hier angebrachten cos-Ansatz und der Periodenlänge $T = 2\pi R$ ergibt sich:

$$a_p = \frac{2}{T} \int_0^T f(\varphi) \cdot \cos\left(\frac{2\pi p}{T} \varphi\right) d\varphi$$

$$= \frac{2}{\pi p} \cdot \left\{ \sin(p\varphi_2) - \sin(p\varphi_1) \right\} \tag{4-17}$$

Für $p = 0$ ergibt sich nach Definition der Fourier-Reihe und hier notwendiger Grenzwertbildung:

$$a_o = \frac{1}{\pi} (\varphi_2 - \varphi_1) \tag{4-18}$$

Will man mehrere über den Umfang gleichmäßig verteilte Lastfelder berücksichtigen ($N_o > 1$), so verläuft die Rechnung analog und man erhält:

$$a_p = \frac{2}{\pi p} \left\{ \sin(p N_o \varphi_2) - \sin(p N_o \varphi_1) \right. \tag{4-19}$$

bzw.

$$a_o = \frac{1}{\pi} (N_o \varphi_2 - N_o \varphi_1) \tag{4-20}$$

Die gesamte Belastungsfunktion wird nun durch einen kombinierten Ausdruck beider Entwicklungen, der Doppel-Fourier-Reihe beschrieben:

$$R^*(z,\varphi) = \sigma_r' \sum_{q=1}^{\infty} b_q \cdot \sin\left(q2\pi\frac{z}{L}\right) \sum_{p=0}^{\infty} a_p \cdot \cos(pN_o\varphi)$$

$$= \sigma_r' \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} a_{pq} \cdot \sin\left(q2\pi\frac{z}{L}\right) \cdot \cos(pN_o\varphi) \qquad (4\text{-}21)$$

wobei

$$a_{pq} = a_p \quad b_q = (-1)^q \left\{ \frac{2L}{q^2 p\pi^3 H_o} \sin\left(q2\pi\frac{H_o}{L}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{qp\pi^2} \cos\left(q2\pi\frac{H_o}{L}\right) \right\} \left\{ \sin(pN_o\varphi_2) - \sin(pN_o\varphi_1) \right\}$$

$$(\text{für } p > 0) \qquad (4\text{-}22)$$

σ_r' ist eine Konstante, mit der die wahre Größe der Belastung an Stelle der Einheitsbelastung berücksichtigt wird. Sie errechnet sich über das Momentengleichgewicht zu

$$\sigma_r' = \frac{3F \cdot s_F}{4H_o^2 R(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad .$$

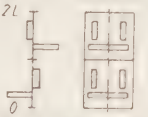
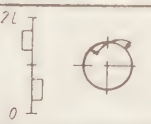
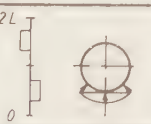
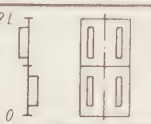
Dabei ist $F \cdot s_F$ das von außen angreifende Moment. Zusammenfassend wird definiert:

$$\sigma_{pq}' = a_{pq} \cdot \sigma_r'$$

In gleicher Form kann man für die anderen Lastmodelle die Fourierkoeffizienten gewinnen. Als Ansatz werden stets die Formeln nach Gleichung (4-7) benutzt. Dabei kann es [illegible] notwendig sein, als Periodenlänge in Zylinderlängsrichtung $T = 2L$ anzusetzen, wobei zwei Lastfelder bei $z = L/2$ und $z = 3L/2$ mit verschiedenen Vorzeichen der Belastung anzubringen sind, um ein inneres Gleichgewicht der angreifenden Kräfte und Momente zu garantieren. Für die Randbedingungen des eigentlichen Zylinders ist dies unschädlich, da die Glieder mit den Termen $\sin\left(\frac{2\pi q}{2L}x\right) = \sin(q\pi x/L)$ für $x = 0$ wie für $x = 2L$, als auch für $x = L$ jeweils zu Null werden, also die auf Seite 23 beschriebenen Randbedingungen auch hierbei erfüllt werden.

4.2.2.3 Überlagerung der Lastfälle

Es können folglich nach den Ausführungen im Kap. 4.2.2.2 alle Lastfälle mit Erfüllung der Randbedingungen $u = v = k_{\varphi\varphi} = m_{\varphi z} = k_{zz} = m_{z\varphi} = 0$ für $z = 0$ und $z = L$ überlagert werden. Die einzelnen Voraussetzungen und Ansätze sind noch einmal in Tabelle 4-1 aufgelistet. Man kann für die Lastfälle 1), 2) und 7) die Periodenlänge L auch zu 2L wählen, ohne daß sich die Fourierkoeffizienten dadurch verändern. Dies ist auch zwin-

Last-fall Nr.	Modell	Richtung der Belastung	Periode T in Längsrichtung / Umfangsrichtung	Ansatz in Längsrichtung	Ansatz in Umfangsrichtung
1		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
2		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
3		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
4		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
5		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	sin	sin*)
6		radial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
7		axial	$\frac{2L}{2\pi R}$	[illegible]	[illegible]
8		tangent.	$\frac{2L}{2\pi R}$	sin	cos*)

Tab. 4-1: Ansätze für die Fourierentwicklungen
*) s. Anmerkungen im Text S. 40

gend, da es sich ja um periodische Vorgänge handelt. Wie eine derartige Überlagerung zum Beispiel von Lastfall 1) und Lastfall 3) (axiales Biegemoment + Radiallast) aussieht, ist Abb. 4-15 zu entnehmen. Man erkennt, daß die Überlagerung für den zweiten Zylinder zwischen L und 2L nur mit umgekehrtem Vorzeichen der Radiallast stattfindet. Für die Berechnungen wird im folgenden immer die Zylinderlänge zu L gesetzt und die Mitte des Lastfeldes bei z = L/2 und $\varphi = 0$ angenommen.

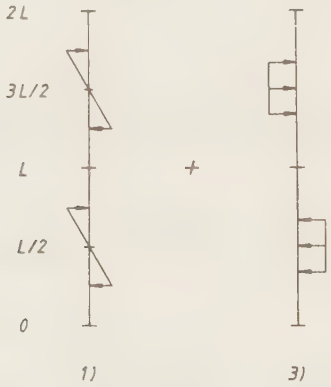


Abb. 4-15: Schematische Überlagerung von Lastfall 1) und Lastfall 3)

Zu den Entwicklungen in Umfangsrichtung ist anzumerken, daß in den Lastfällen 5) und 8) der vorgesehene Ansatz nach Gleichung (4-7) nicht eingehalten werden kann und jeweils sin mit cos und cos mit sin zu vertauschen ist. Es ergeben sich dann für die Schnittgrößen nach (4-11) entsprechend vertauschte trigonometrische Terme für die Entwicklungen in φ-Richtung. Des weiteren ändern sich zusätzlich jeweils bei der Hälfte der Schnittgrößen die Vorzeichen. Für die Ränder z = 0 und z = L bedeutet dies, daß die zuvor genannten Größen u, v, $k_{\varphi\varphi}$, $m_{\varphi z}$, k_{zz}, $m_{z\varphi}$ wiederum zu Null werden (an dem Ansatz für die z-Richtung wird ja auch nichts geändert), daß aber in Umfangsrichtung die nicht verschwindenden Größen eine entsprechende Verschiebung gegenüber denen aus den Lastfällen 1) bis 4), 6) und 7) einnehmen. Da das aber ohnehin nicht Gegenstand dieser Betrachtungen und die Lasteinleitungsstelle nach Voraussetzung randfern sein soll, ist ein Einfluß auf die lokalen Effekte, auf die es hier ankommt, auszuschließen. Bei ausreichender Randferne könnte man eigentlich ganz auf die Einhaltung

von bestimmten Randbedingungen verzichten, aber natürlich ist es für gegebenenfalls "kurze" Zylinder besser, wenn die Lastfälle in ihren Randbedingungen jeweils übereinstimmen. Rechnungen zeigen, daß von einem Längen- zu Radiusverhältnis von $L/R > 4$ an praktisch keine Beeinflussung der Ergebnisse nahe der Lasteinleitungsstelle durch dieses Verhältnis auftritt.

Eine komplette Aufstellung der Fourierkoeffizienten für die Lastfälle 1) bis 8) ist in den Tabellen 4-2 und 4-3 gegeben (ohne die Fälle $p = 0$).

4.2.3 Numerische Konvergenzbetrachtungen für die Fourier-Reihen

Beim Arbeiten mit Reihenentwicklungen stellen sich alsbald zwei Fragen bezüglich des Konvergenzverhaltens der Reihen:

- Konvergieren die Reihen überhaupt?
- Von welchem Reihenglied an kann die Reihe abgebrochen werden und wie groß ist der dabei auftretende Fehler?

4.2.3.1 Konvergenz der Reihen

In Kap. 4.2.2 wurde bereits gezeigt, daß die Belastungsfunktionen sich unter den gegebenen Bedingungen in konvergente Fourierreihen entwickeln lassen. Sind aber die sich ergebenden Fourierreihen für die Schnittgrößen nach Gleichung (4-10) bis (4-12) ebenfalls noch konvergent? Dies ist aus den Voraussetzungen nicht mehr ohne weiteres nachweisbar. Man kann die Konvergenz aber leicht zeigen, wenn man sich die einzelnen Terme näher ansieht. Eine Schnittgröße s (Schnittkraft oder Schnittmoment) hat nach (4-10) bis (4-12) immer die Gestalt

$$s = \frac{Z}{N} \cdot a_{pq} \cdot TR,$$

wobei Z ein Zählerpolynom, N das Nennerpolynom nach (4-9), a_{pq} die jeweiligen Fourierkoeffizienten und TR ein trigonometrischer Ausdruck der Form $\sin p\varphi \cdot \cos \lambda z/R$ oder $\cos p\varphi \cdot \sin \lambda z/R$ ist.

Betrachtet man Z und N genauer, so stellt man fest, daß in Z die Glieder p und λ (und damit q, da $\lambda = 2\pi q R/L$) maximal bis zur sechsten Potenz vorhanden sind, in N aber jeweils bis zur achten. Da die Glieder a_{pq} nach Tabelle 4-2 und 4-3 (also alle a'_{pq}, a''_{pq}, c'_{pq} und c''_{pq}) nur trigonometrische Terme mit p und q im Zähler, aber p und q selbst im Nenner haben, besitzt das Produkt $Z \cdot a_{pq}/N$ stets Glieder mit einer um die Zahl drei höheren Potenz von p und q im Nenner als im Zähler. Da die trigonometrischen Terme und das Produkt zwischen ihnen stets kleiner oder gleich Eins ist, ist sichergestellt, daß die Reihenglieder sowohl für p als auch für q ($\hat{=}\ \lambda$) jeweils mit $1/p^3$ bzw. $1/q^3$

Fall	Koeffizienten für die Radialbelastung
1)	$a'_{pq} = \frac{3M}{4H_o^2R(\varphi_2-\varphi_1)}(-1)^q \left\{ \frac{2L}{H_o q^2 p\pi^3} \sin(q2\pi \frac{H_o}{L}) - \frac{4}{qp\pi^2} \cos(q2\pi \frac{H_o}{L}) \right\} \left\{ \sin(N_o p\varphi_2) - \sin(N_o p\varphi_1) \right\}$
2)	$a'_{pq} = \frac{M}{4H_oR(\varphi_2-\varphi_1)(H_o/3+R\varphi_1)}(-1)^q \left[\left\{ \frac{2L}{H_o q^2 p\pi^3} \sin(q2\pi \frac{H_o}{L}) - \frac{4}{qp\pi^2} \cos(q2\pi \frac{H_o}{L}) \right\} \left\{ \sin(N_o p\varphi_2) - \sin(N_o p\varphi_1) \right\} + \frac{4}{qp\pi^2} \left\{ \cos(q2\pi \frac{H_o}{L}) - \cos(q2\pi \frac{H_o + (\varphi_2-\varphi_1)R}{L}) \right\} \sin(N_o p\varphi_1) \right]$
3)	$a'_{pq} = \frac{F}{4H_oR(\varphi_2-\varphi_1)} \frac{-8(-1)^q}{(2q+1)p\pi^2} \cdot \sin\left[(2q+1)\pi \frac{H_o}{L}\right] \left\{ \sin(N_o p\varphi_2) - \sin(N_o p\varphi_1) \right\}$
4)	Es sind jeweils zwei getrennte Rechnungen a) und β) nötig.
	$(a'_{pq})_\alpha = \frac{M}{(2H_os_A+2H_o^2+S_3H_o)\,2R(\varphi_2-\varphi_1)} \cdot \frac{8(-1)^q}{(2q+1)p\pi^2} \sin\left\{(2q+1)\pi H_o/L\right\} \left\{ \sin(N_o p\varphi_2) - \sin(N_o p\varphi_1) \right\}$
	$(a'_{pq})_\beta = \frac{M}{(s_A+H_os_3/2)\,2Rs_3\varphi_3} \cdot \frac{-8(-1)^q}{(2q+1)p\pi^2} \sin\left\{(2q+1)\pi \frac{s_3}{2L}\right\} \cdot \sin(N_o p\varphi_3)$
	(z - Koordinatenverschiebung um $(H_o + s_A + s_3/2)$ im Fall β).
5)	$c'_{pq} = \frac{M \cdot 3}{4(R\varphi_2)^2H_o} \frac{8(-1)^q}{\pi^2p^2(2q+1)\varphi_2} \sin\left\{(2q+1)\pi \frac{H_o}{L}\right\} \left\{ \sin(p\varphi_2) - p\varphi_2 \cos(p\varphi_2) \right\}$
6)	$a'_{pq} = \frac{F \cdot 3}{4\varphi_2RH_o\left\{(1-B)+3B\right\}} \frac{4(-1)^q}{(2q+1)\pi^2p} \left\{ \frac{4(1-B)}{\varphi_2p} \cos(p\varphi_2) + (2 - \frac{4(1-B)}{p^2\varphi_2^2}) \sin(p\varphi_2) \right\} \cdot \sin\left\{(2q+1)\pi \frac{H_o}{L}\right\}$

Tabelle 4-2: Fourierkoeffizienten für die Lastfälle mit Radialbelastung

Fall	Koeffizient für die Axialbelastung
7)	$a'''_{pq} = \frac{F}{4H_o R(\varphi_2 - \varphi_1)} \frac{8(-1)^q}{\pi^2 p(2q+1)} \sin\left[(2q+1)\, 2\pi \frac{H_o}{L}\right] \left\{\sin(N_o p \varphi_2) - \sin(N_o p \varphi_1)\right\}$
8)	$c''_{pq} = \frac{F}{4H_o R \varphi_2} \frac{8(-1)^q}{\pi^2 p(2q+1)} \sin\left\{(2q+1)\, \pi \frac{H_o}{L}\right\} \sin(p\varphi_2)$

Bemerkungen: $H_o = (H_1^* - s_A)/2$

$s_1 = R(\varphi_2 - \varphi_1)$

Tabelle 4-3: Fourierkoeffizienten für die Lastfälle im Axial- und Tangentialbelastung

gehen und damit die Reihen sicherlich konvergieren (da schon $\Sigma\ 1/n^2$ konvergiert).

4.2.3.2 Notwendige Anzahl der Glieder und Restfehler

Die zweite Frage, von welchem p und q an für die Partialsumme S_n der Doppelreihe bei einem beliebigen, kleinem ε gilt

$$\left| \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{Z}{N} \cdot a_{pq} \cdot TR - S_n \right| \leq \varepsilon$$

ist ungleich schwerer - wenn überhaupt - zu beantworten. Die Überlegung, daß die Reihen mit $1/p^3$ bzw. $1/q^3$ gehen, könnte vermuten lassen, daß Konvergenz sehr schnell eintritt. Jedoch sind die maßgebenden Potenzen im Faktor N (Gleichung 4-9) mit dem Faktor $k = (h/R)^2/12$ versehen, der für $h/R = 0{,}1$ zu $k = 8{,}3 \cdot 10^{-4}$, für $h/R = 0{,}01$ zu $k = 8{,}3 \cdot 10^{-6}$ und für $h/R = 0{,}001$ zu $k = 8{,}3 \cdot 10^{-8}$ wird. Der technisch interessante Bereich liegt sicher zwischen diesen beiden letzten Werten. Diese sehr kleinen Werte von k beeinflussen die Konvergenz der Reihen zumeist maßgeblich im ungünstigen Sinne.

Starke Konvergenz tritt erst dann ein, wenn die mit k behafteten Glieder größer als alle anderen werden. An einem Beispiel sei dies gezeigt. Die Schnittgröße $k_{\varphi\varphi}$ nach (4-10) sei in vereinfachter Form, wenn nur die höchsten Potenzen von p und q ($\hat{=}\ \lambda$) berücksichtigt werden:

$$k_{\varphi\varphi} \approx \frac{\frac{m^2-1}{m^2}\ \lambda^4 - k\ [\frac{\lambda^6}{m} + p^6]}{\frac{m^2-1}{m^2}\ \lambda^4 + k\ [\lambda^8 + p^6]} \cdot R \cdot a'_{pq} \cdot \sin p\varphi \cdot \cos \lambda \frac{z}{R} \qquad (4\text{-}23)$$

Entzieht man dem Glied a'_{pq} dem für alle Lastfälle stets enthaltenen Faktor $1/(pq)$, so kann man sagen, daß die Größe $V := R \cdot a'_{pq} \cdot p \cdot q \cdot \sin p\varphi \cdot \cos \lambda\ z/R$ für alle Werte von p und q in der gleichen Größenordnung liegen wird. Aus durchgeführten Rechnungen ist bekannt, daß die größten Glieder der Fourierreihen für kleine Werte von p und q auftreten und daß sich die Summen der Reihen nur noch unwesentlich ändern, wenn die Glieder die Größenordnung 10^{-4} der Anfangsglieder erreicht haben. Für unser Beispiel bedeutet dies etwa:

$$\lambda = 1,\ p = 1 \qquad \rightarrow \qquad k_{\varphi\varphi} \approx 1 \cdot V$$

Von welchem p konvergiert die Reihe ausreichend? Es muß dann nach den Voraussetzungen gelten:

$$\left| \frac{k_{\varphi\varphi(\lambda=1,\,p=1)}}{k_{\varphi\varphi(\lambda=1,p)}} \right| > 10^4$$

Da

$$k_{\varphi\varphi(\lambda=1,p)} \approx \frac{-k \cdot p^6}{+k \cdot p^9} \cdot V$$ (für großes p; mit dem Faktor p aus a'_{pq})

$$= -\frac{1}{p^3} \cdot V \qquad (4\text{-}24)$$

folgt daraus

$$\left| \frac{k_{\varphi\varphi(\lambda = 1,\, p=1)}}{k_{\varphi\varphi(\lambda = 1,\, p)}} \right| \approx p^3 > 10^4$$

oder

$$p > 21{,}5$$

In praxi stellt sich auch genau dieses Ergebnis ein.

Dagegen gilt für die Reihen in q-Richtung (mit $\lambda \approx q$), z.B. mit $p = 1$:

$$k_{\varphi\varphi(\lambda,p=1)} \approx \frac{\frac{m^2-1}{m^2} \cdot \lambda^4 - k \cdot \frac{\lambda^6}{m}}{\frac{m^2-1}{m^2} \cdot \lambda^5 - k \cdot \lambda^9} V \qquad (4\text{-}25)$$

oder für $50 < \lambda < 100$

$$k_{\varphi\varphi(\lambda\,,p=1)} \approx \frac{\frac{m^2-1}{m^2} \cdot \lambda^4}{-k \cdot \lambda^9} \cdot V$$

$$\approx -\frac{1}{k \cdot \lambda^5} \cdot V \qquad \left(\text{mit } m = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{0{,}3}\right)$$

und daraus folgt

$$\left| \frac{k_{\varphi\varphi(\lambda=1,\, p=1)}}{k_{\varphi\varphi(\lambda,\, p=1)}} \right| > 10^4$$

zu

$$\frac{1}{1/k\lambda^5} > 10^4 \qquad \rightarrow \qquad \lambda^5 > \frac{1}{k} \cdot 10^4$$

oder

$$\lambda > 65{,}5 \qquad (\text{mit } k = 8{,}3 \cdot 10^{-6})$$

Auch dieser Wert bestätigt sich im konkreten Fall.

Für größere Werte von p und λ ist aus den Formeln zu ersehen, daß die Konvergenz langsamer werden wird, da die bisher kleinen Terme $\frac{m^2-1}{m^2} \cdot \lambda^4$ jetzt wirksam werden. Für $\lambda = 50$ ergibt die Rechnung zum Beispiel, daß jetzt bereits in p-Richtung theoretisch 298 Glieder notwendig wären, um die gestellten Bedingungen zu erfüllen. Jedoch sind diese Werte, absolut gesehen, bereits sehr klein und man kann bezweifeln, daß sie zum Gesamtergebnis der Reihe noch etwas wesentliches beitragen. Wie jedoch letztendlich vorgehen, da die Konvergenz in p- und q-Richtung und für verschiedene Werte von p und q sehr unterschiedlich und dazu für jede Schnittgröße verschieden ist? Offensichtlich ist hier eine Voraussage, ab wann die Doppel-Fourierreihen für alle Schnittgrößen unter einem gewissen Grenzwert konvergieren, nicht möglich. Nachweisen läßt sich nur, daß sie es tun, wenn p und q nur groß genug werden. Für die konkrete Berechnung wird man demnach auf ein heuristisches Vorgehen angewiesen sein, um Abbruchgrenzen zu finden. Ein Fehler wird ergo ebenso nur heuristisch anzugeben sein.

4.2.3.3 Praktische Vorgehensweise

In dem benutzten EDV-Programm wird dazu nach folgender Weise vorgegangen. Für alle Schnittgrößen eines Lastfalles werden die Doppelreihen bis zu gleichen Endwerten von p und q berechnet. Die Berechnung erfolgt immer für alle q bis zu einer festen Obergrenze von p. Es hat sich herausgestellt, daß p maximal 160 bis 200 betragen muß, um befriedigende Ergebnisse zu bekommen. Nach der Berechnung von jeweils 20 Gliedern in q-Richtung werden aus den Doppelsummen der Schnittgrößen die Spannungen und aus denen eine Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungs-Energie-Hypothese gebildet:

$$\sigma_v = \sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_\varphi \sigma_z + 3\,\tau_{\varphi z}^2 \qquad (4\text{-}26)$$

Ist die Vergleichsspannung dreimal nacheinander innerhalb einer gewissen vorzugebenden Fehlerbreite geblieben, so kann man sicher sein, daß Konvergenz eingetreten ist. Beachten sollte man jedoch, daß durch die Zusammenfassung aller Schnittgrößen die vom Wert her größten die Konvergenz der Vergleichsspannung bestimmen und einige kleinere Komponenten durchaus noch einen größeren Fehler aufweisen mögen. Dies ist jedoch nicht kritisch, da eine festigkeitsmäßige Auslegung immer nach den größten Werten oder einer Vergleichsspannung erfolgt. Im günstigsten Fall wird die Rechnung nach 60 (= 3 · 20) Gliedern für q abgebrochen (d.h. daß nach den ersten 20 Gliedern die Reihe bereits konvergierte), im Normalfall wird die Berechnung für einen erlaubten Fehler von 1 % bei q = 100 oder 120 abgebrochen, d.h. daß ausreichende Konvergenz nach 60 bzw. 80 q-Gliedern vorlag. Eine Rechnung, bei der die Doppelreihen jeweils 200 Glieder weit berechnet werden, kann nach den vorliegenden Erfahrungen in allen Fällen als "exakt" gelten.

Für mehrere Beispiele wurden auch Berechnungen bis zu einer Obergrenze von 400 Reihengliedern durchgeführt. Der Vergleich der Ergebnisse mit Rechnungen, bei denen nach dem oben angegebenen Kriterium (z.B. mit 1 % zulässiger Schwankung der Vergleichsspannung) die Reihen abgebrochen wurden, zeigen, daß die Membranspannungen gegenüber den genauer berechneten Werten mit weniger als 1 % Fehler wiedergegeben werden. Bei den Biegespannungen sind Abweichungen bis 5 % möglich, wobei die Biegespannung in Umfangsrichtung meist nur bis 2,5 % differiert.

Eine weitere Eigenschaft, die durch die errechneten Werte erfüllt sein sollte, ist die Symmetrie des Spannungstensors, die auch als ein Kriterium für die Korrektheit der Rechnung gelten kann. Es sollte sich bei einer ausreichend genauen Rechnung also immer $\tau_{\varphi z} = \tau_{z\varphi}$ ergeben.

4.3 Vergleiche mit anderen Verfahren

Mit dem Nachweis, daß die Reihen konvergieren, ist noch nicht gezeigt, daß die erhaltenen Werte auch physikalisch richtig sind. Dieses nachzuweisen ist auf zweierlei Art möglich, nämlich durch Vergleich mit äquivalenten oder höherwertigen Rechenverfahren wie auch durch experimentelle Überprüfung. Während auf experimentelle Untersuchungen im Kapitel 5 eingegangen wird, sollen hier Vergleiche mit zwei anderen Rechenverfahren demonstriert werden.

Es wurde eine Reihe von Beispielen mit einem Finite-Element-Programm SAPIV [68] bzw. einem Schalen-Berechnungsprogramm nach Kalnins [29] durchgerechnet. Das Programm nach Kalnins arbeitet dabei als Stufenkörperprogramm mit numerischer Integration der Differentialgleichungen und einer Fourier-Reihe in Umfangsrichtung für nichtrotationssymmetrische Lasten. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen, die nach der Methode der Doppel-Fourierreihen-Entwicklung gewonnen wurden, ist jeweils gut. An zwei Rechnungen sei dies gezeigt.

Bei Beispiel 1 handelt es sich um den Lastfall 1, Einleitung eines Biegemomentes in Zylinderlängsrichtung über eine in diesem Fall große Rechteckfläche. Es wurden folgende Werte zugrunde gelegt:

Zylinder: $L = 8000$ mm, $R = 500$ mm, $h = 5$ mm;
Lastfeld: quadratisch, 400 mm x 400 mm ($= H_2^* \cdot 2\ \varphi_2$)
Belastung: $M = 1{,}28 \cdot 10^8$ Nmm

Die Ergebnisse der Längs- und Umfangsspannungen an der Außenseite des Zylinders in Abhängigkeit von Länge und Umfang geben die Abbildungen 4-16 und 4-17 wieder. Aufgetragen sind die Werte, die mit dem Programm LOKA15 (Doppelreihenentwicklungen) und mit einer Finite-Element-Rechnung gewonnen wurden. Die Belastung erfolgte bei

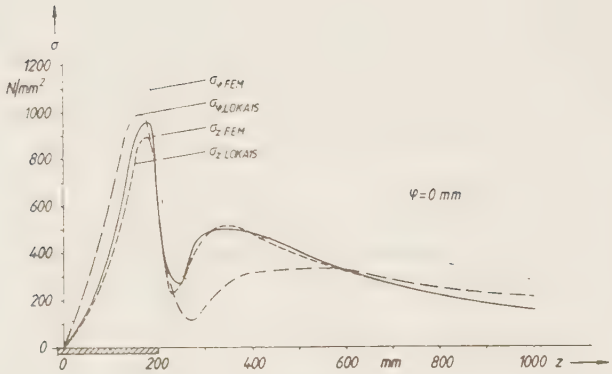


Abb. 4-16: Spannungen als Funktion der Zylinderlänge bei der Momenteneinleitung (Beispiel 1)

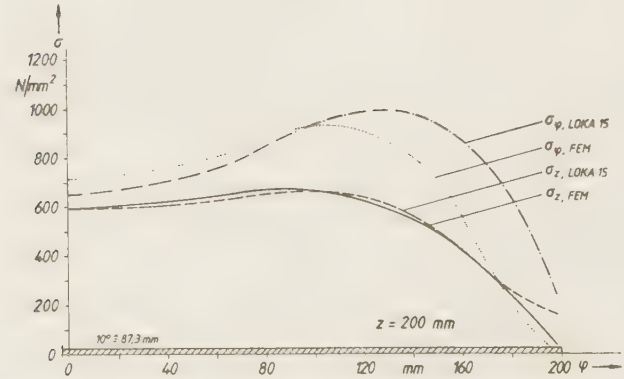


Abb. 4-17: Spannungen als Funktion des Zylinderumfanges bei der Momenteneinleitung (Beispiel 1)

der FEM-Rechnung analog zu den bei LOKA15 verwendeten Lastmodellen durch Kräfte, die von der Lastfeldmitte zum Lastfeldrand linear anwachsen. Gezeichnet wurde in beiden Abbildungen jeweils nur der Verlauf der Spannungen über eine Lastfeldhälfte (Zylindermitte = Lastfeldmitte: $z - \varphi = 0$), da er in Abb. 4-16 punktsymmetrisch zum Ursprung und in Abb. 4-17 spiegelsymmetrisch zur Achse $\varphi = 0$ ist. Der Lastfeldbereich ist schraffiert gekennzeichnet (Analoges gilt für alle Abbildungen der Beispielrechnungen.)

In den Abbildungen erkennt man eine gute Übereinstimmung der von LOKA15 und mit einem Finite-Element-Programm errechneten Werte (Differenz bei σ_z 7 % und bei σ_φ 15 % im Maximum). Dabei ist zu berücksichtigen, daß aus Programmgründen die Anzahl der zu verwendenden Elemente beschränkt war, so daß das Lastfeld lediglich aus 6 x 4 Elementen idealisiert werden konnte, was bei den großen Werteänderungen der Spannungen in kleinen Bereichen nicht ganz unproblematisch ist. Aus Gründen der Elementeeinteilung war es auch nicht möglich, für die Ebene mit den Maximalspannungen z = 175 mm in Umfangsrichtung genaue FEM-Werte anzugeben. Sie verlaufen jedoch, wie für die Ebene z = 200 zu sehen ist (Abb. 4-17), qualitativ und quantitativ wie die mit dem Programm LOKA15 ermittelten Kurven (ebenfalls bis ca. 15 % Abweichung). Der Fehler in den interessanten Bereichen mit den größten Spannungen liegt also bei ca. 15 %.

Das zweite Beispiel behandelt das Lastmodell 3, Einleitung einer konstanten Radialkraft über eine Rechteckfläche. Die Daten lauten:

Zylinder: $L = 6000$ mm, $R = 6000$ mm, $h = 100$ mm;
Lastfeld: rechteckig, 100 mm x 1200 mm ($H_z^* \cdot 2 \cdot \varphi_2$)
Belastung: $F = 3 \cdot 10^6$ N.

Zum Vergleich diente dieses Mal das Stufenkörperprogramm nach Kalnins. Die Abbildungen 4-18 und 4-19 zeigen Spannungsverläufe an der Innenseite eines relativ kurzen Zylinders (L/R = 1), der über ein Rechteckfeld mit einem Seitenverhältnis Länge in Umfangsrichtung zu Länge in Richtung der Zylinderachse wie 12 : 1 belastet wird. Die Abweichung der errechneten Maximalwerte beträgt 5 % (σ_z) bis 9 % (σ_φ). Das erscheint recht gut, zumal beim Programm KSHEL von Kalnins höchstens eine Reihenentwicklung bis zum 40. Glied möglich war, was eine Abweichung von wenigen Prozenten in den Spannungswerten bedeuten mag. Während im ersten Beispiel versucht wurde herauszufinden, ob sehr große Lastfelder ($H_z^*/R \gg 1$) noch erfaßbar sind, ist hiermit gezeigt, daß auch für weit von der quadratischen Form abweichende Lastfelder vernünftige Ergebnisse erhalten werden.

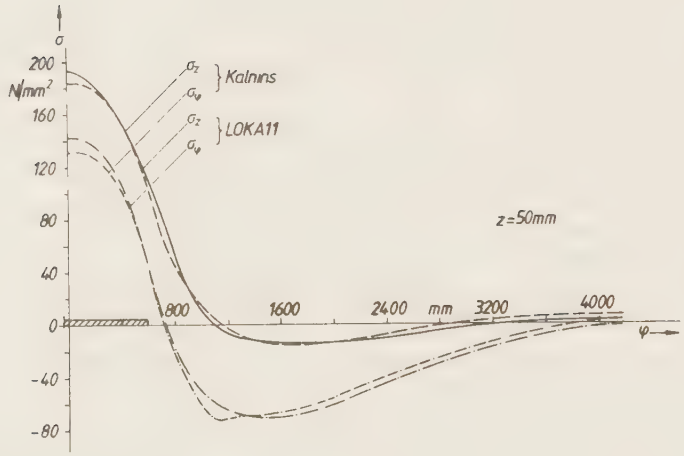


Abb. 4-18: Spannungsverlauf in Zylinderumfangsrichtung bei Radiallast (Beispiel 2)

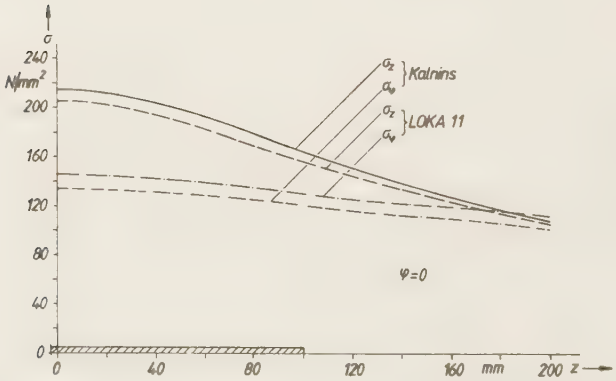


Abb. 4-19: Spannungsverlauf in Zylinderlängsrichtung bei Radiallast (Beispiel 2)

4.4 Programmbeschreibung

Für die im Kapitel 4.2 aufgeführten acht Lastfälle wurde mit dem beschriebenen Formalismus ein Programm namens LOKA15 entwickelt. Es erlaubt die Überlagerung mehrerer Lastfälle, sofern die Belastungsrichtung (radial, axial oder tangential) unterschiedlich ist sowie die gleichzeitige Berücksichtigung eines wirkenden Innendruckes. Das Programm ist bewußt benutzerfreundlich und erfordert als Eingabe lediglich die Angaben über Geometriegrößen, Lastfallwahl, die geforderte Konvergenzgenauigkeit und über die zu berechnenden Koordinatenpunkte, für die die Spannungen ermittelt werden sollen. Diese werden in der Ausgabe für alle Punkte in ihren Komponenten (Membran- und Biegeanteile) und ferner zusammengefaßt zu Gesamt- und Vergleichsspannungen ausgedruckt. Einen Überblick über den Programmablauf gibt die Abbildung 4-20.

Bei der vorliegenden Programmversion wurde der Rechenzeitverkürzung der Vorzug gegenüber der leichten Nachvollziehbarkeit des Formalismus gegeben. Aus diesem Grund wurden möglichst viele Größen, die von den Summationsindizes p oder q (resp. λ) oder sogar von beiden unabhängig sind, aus den rechenintensiven Doppelschleifen, die der Doppelsummenberechnung entsprechen, herausgezogen. Die sich aus den Formeln (4-10) bis (4-12) und den Ausdrücken nach Tabelle 4-2 und 4-3 ergebenden Beziehungen liefern durch diese Aufteilung eine Zahl von annähernd 200 Variablen. Der vergrößerte Speicherbedarf wird jedoch durch die kürzere Rechenzeit um ein Vielfaches wettgemacht. Die Speichergröße des kompletten Programms liegt bei ca. 80 kByte.

Ein wesentlicher Anteil der Rechenzeitverkürzung um einen Faktor 6 bis 10 gegenüber einer Ursprungsversion liegt auch in der rekursiven Berechnung derjenigen trigonometrischen Ausdrücke, die die eigentlichen Fourierreihen bilden. Da sie auch für andere Anwender von Fourierreihen von Interesse sein können, seien die Beziehungen hier kurz aufgeführt. So läßt sich cos $(n\alpha)$ etwa folgendermaßen ermitteln:

$$\begin{aligned} \cos(n\alpha) &= \cos((n-1)\alpha) + C_n \\ C_n &= Y \cos((n-1)\alpha) + C_{n-1} \\ Y &= -4 \sin^2(\alpha/2) \\ C_0 &= +2 \sin^2(\alpha/2) \end{aligned} \tag{4-27}$$

Der sin $(n\alpha)$ errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \sin(n\alpha) &= \sin((n-1)\alpha) + T_n \\ T_n &= Y \sin((n-1)\alpha) + T_{n-1} \\ Y &= -4 \sin^2(\alpha/2) \\ T_0 &= \sin(\alpha) \end{aligned} \tag{4-28}$$

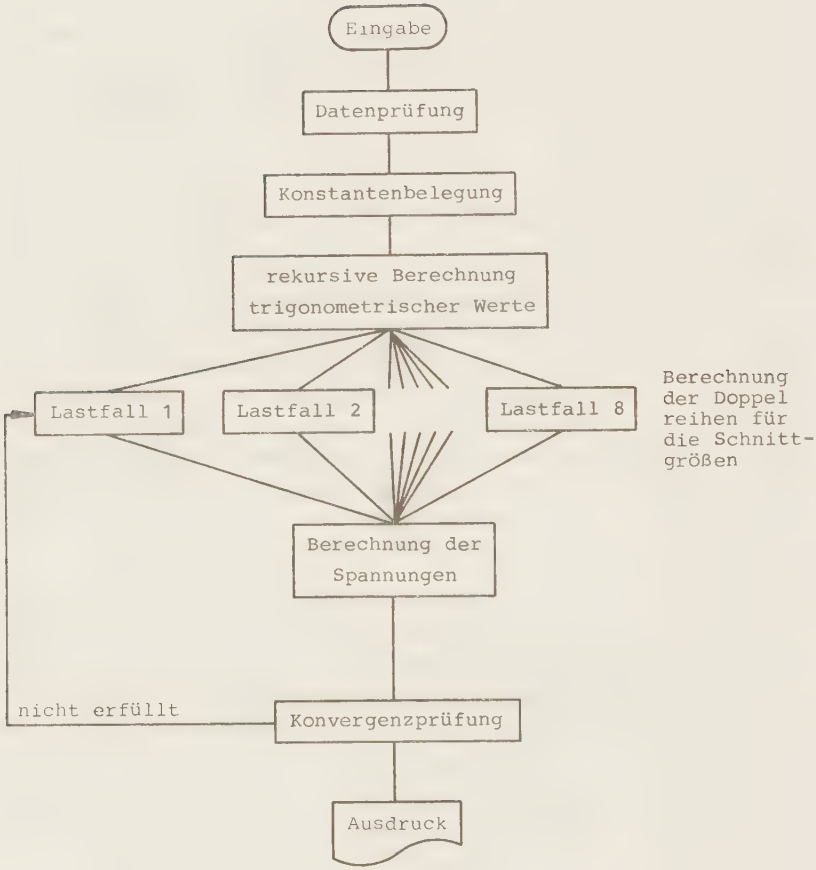


Abb. 4-20: Programmschema für das Programm LOKA15

Die Berechnungen sind bei 200 Rekursionen auf einem 16-bit-Rechner genauer als $4 \cdot 10^{-6}$ bei einfacher Genauigkeit.

Die dermaßen ermittelten Werte werden abgespeichert und bei der eigentlichen Berechnung der Reihen, bei der durch die auftretenden Kombinationen häufig dieselben Terme benötigt werden, nur immer wieder aufgerufen.

5. Vergleiche mit Messungen anderer Autoren

Neben der Durchführung vergleichender Rechnungen mit anderen Rechenverfahren - die nur die numerische Korrektheit des gewählten Verfahrens bestätigen oder ausschließen können - besteht für den Ingenieur die Notwendigkeit, Ergebnisse an den tatsächlichen Gegebenheiten in der Praxis zu überprüfen. Wie in Kapitel 3.4 bereits ausgeführt, besteht aber an experimentellen Arbeiten auf dem Gebiet der lokalen Lasteinleitungen ein großer Mangel. In einigen Veröffentlichungen fehlen zudem manche signifikante Daten oder sind aus den Graphiken nicht mehr reproduzierbar, so daß eine Überprüfung unmöglich wird.

Lediglich aus dem Gebiet der Sattellagerungen liegt eine große Anzahl von Arbeiten mit vergleichbaren Meßergebnissen vor. Obwohl die Lastfelder meist sehr groß sind und Aussagen über die Belastungsverteilung damit unsicher werden, soll an einem Beispiel demonstriert werden, daß auch hier Vergleichsrechnungen möglich sind. In [57] wird von Dacock über Messungen an einem sattelgelagerten Behälter berichtet, dem folgende Daten zugrunde liegen:

Zylinder:	Radius 954 mm, Wanddicke 2,5 mm, Abstand der Sättel vom gewölbten Boden 915 mm;
Sättel:	Breite 400 mm, Umschlingung 103°;
Belastung:	F = 54000 N pro Sattel

Die von Dacock gemessenen Maximalspannungen betragen auf der Behälteraußenseite σ_φ = - 120 N/mm² und σ_z = + 55 N/mm². Der Vergleich zwischen errechneten (LOKA15) und gemessenen Werten ist der Abb. 5-1 zu entnehmen, die den interessanten Bereich der Spannungsverteilung in Umfangsrichtung in der Mitte des Sattels wiedergibt.

Die Übereinstimmung mit den errechneten Werten σ_φ = - 98 N/mm² und σ_z = + 80 N/mm² ist gut zu nennen. Sie stellt einen erheblichen Fortschritt gegenüber den von Dacock berechneten Werten nach British Standard 1515 von - 1469 N/mm² für σ_φ und + 12,7 N/mm² für σ_ϑ dar. Da es sich um einen relativ dünnen Behälter handelt (R/h = 382), wird ein Abheben des Behälters in Sattelmitte ausgeschlossen und daher mit einer gleichmäßigen Flächenpressung gerechnet (Lastmodell 6 mit B = 1,0, siehe auch Abb. 4-9a).

Zum Thema Lasteinleitungen über kleinere Flächen liegt im Gegensatz zu den Sätteln nur wenig Material vor. Bei Cranch [61] findet man Untersuchungen an einem Rechteckelement, das mit reiner Radiallast und mit Biegemomenten in Umfangs- und Längsrichtung des Zylinder belastet wird. Der Vergleich der Meßergebnisse findet mit Werten

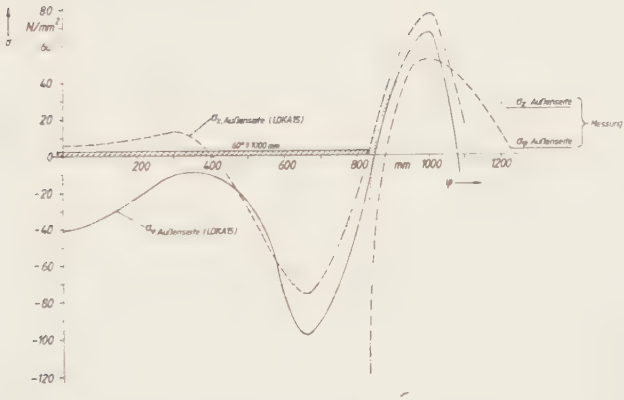


Abb. 5-1: Spannungen bei einer Sattellagerung nach [57] als Funktion des Zylinderumfanges (Sattelmitte)

statt, die den Bijlaardschen Arbeiten [9 - 11] entnommen wurden. Die Übereinstimmung ist teils gut, teils weniger gut. Rechnungen mit dem Programm LOKA15 liefern Werte, die den Bijlaardschen sehr ähnlich sind. Dies verwundert allerdings nicht, da es sich um einen recht dickwandigen Zylinder handelt (R/h = 19,4), für die auch bisher (s. z.B. [12]) keine großen Abweichungen zwischen Theorie und Praxis festgestellt wurden.

Biegemomente in Umfangsrichtung werden in einer Arbeit von Kitching et al [63] an drei verschieden großen quadratischen Lastelementen untersucht. Für ein Beispiel seien die Vergleichswerte aus Messung, Rechnung nach Bijlaard und Rechnung nach LOKA15 gezeigt.

Die Abmessungen sind folgende:

Zylinder: L = 606,6 mm, R = 104,8 mm, h = 6,35 mm (R/h = 16,5)
Lastelement: Länge = 25,4 mm, Breite = 25,4 mm (≙ "Specimen 2" in [63])
Belastung: F = 1229 N, s_F = 10,0 mm (≙ 1/15,44 der Originalbelastung)

Die Ergebnisse sind in Tabelle 5-1 aufgeführt. Dabei sind für die Berechnung nach LOKA15 jeweils zwei Werte aufgeführt, nämlich die sich nach den Rechnungen ergebenden maximalen und diejenigen für die Koordinaten, bei denen mit DMS die maximalen Spannungen gemessen wurden. Dies ist naturgemäß erst in einigem Abstand vom Lastelement möglich.

Spannung	Meßwerte nach Kitching et al	Bijlaard (Max.)	LOKA15 (Max.)	LOKA15 (mit DMS-Koordinaten)
σ_{φ}, innen	4,0	17,0	15,6	5,4
σ_{z}, innen	3,0	10,0	8,1	4,0
σ_{φ}, außen	-7,5	-18,5	-16,2	-6,9
σ_{z}, außen	-5,0	-11,0	-9,3	-5,9
σ_{φ}, Membran	-1,75	-0,75	-0,3	-0,7
σ_{φ}, Biegung	-5,75	-17,75	-15,9	-6,1
σ_{z}, Membran	-1,0	-0,5	-0,6	-1,0
σ_{z}, Biegung	-4,0	-10,5	-8,7	-5,0

Tabelle 5-1: Spannungen bei Angriff eines Biegemomentes in Umfangsrichtung (Alle Spannungen in N/mm²)

Der Verlauf der Spannungen ist in Abb. 5-2 wiedergegeben. Man erkennt, daß die Rechnung nach LOKA15 den Gegebenheiten recht nahe kommt.

Auch in der letzten zum Vergleich herangezogenen Veröffentlichung werden keine dünnwandigen Behälter untersucht. Die experimentellen Arbeiten von Kloth und Mitarbeitern [59] befassen sich mit Krafteinleitungen an Rohren über angeschweißte Laschen. Als Untersuchungsmethoden werden Reißlackverfahren und Dehnungsmessungen mit induktiven Feindehnungsmessern von 1 und 2 mm Meßlänge eingesetzt. Vergleichende Messungen an Körpern mit gleichen geometrischen Abmessungen wurden am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau mit Dehnungsmeßstreifen durchgeführt [70]. Dabei wurde die Gitterlänge bis auf 0,6 mm reduziert. Zwei der untersuchten Strukturen sind Laschen in Zylinderlängs- und in Zylinderumfangsrichtung, wie sie Abb. 5-3 zeigt.

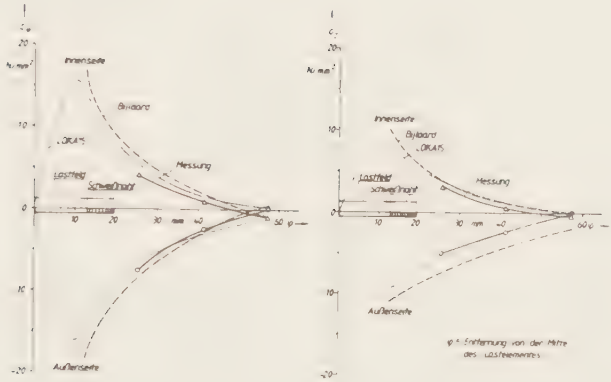


Abb. 5-2: Spannungen bei Einleitung eines Biegemomentes in Umfangsrichtung (Axial-Koordinate = Mitte des Lastfeldes)

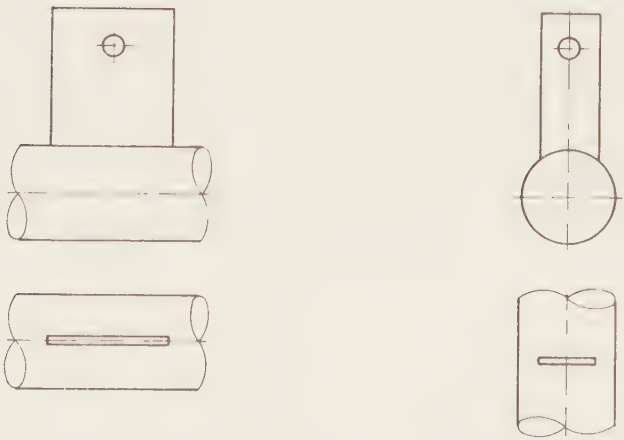


Abb. 5-3: Untersuchte Lasteinleitungsgeometrie nach [70]

Geometrien

Zylinder: $L = 940$ mm, $R = 40$ mm, $h = 2$ mm ($R/h = 20$)

Lastelemente: a) F1 (Bezeichnung nach Kloth)

Lasche in Zylinderlängsrichtung

$H_{\frac{1}{2}}^{*} = 100{,}0$ mm, $2\varphi_2 = 6{,}0$ mm

b) F2 (Bezeichnung nach Kloth)

Lasche in Zylinderumfangsrichtung

$H_{\frac{1}{2}}^{*} = 6{,}0$ mm, $2\varphi_2 = 50{,}0$ mm

Belastung: $F = 4905$ N, $s_F = 85$ mm

Für die beiden untersuchten Strukturen sind die Ergebnisse in Tab. 5-2 zusammengestellt. Angegeben sind die sich jeweils ergebenden Hauptspannungen. Der Vergleich der Werte zeigt Differenzen sowohl zwischen den Messungen wie auch zwischen Messungen und Rechnung. Dabei fällt auf, daß die Messungen nach [70] überwiegend niedrigere Spannungen ergaben als bei [59]. Dieser Umstand ist durch die Schutzgasschweißung und den damit verbundenen weichen Übergang von der Lasche zum Rohr erklärbar. Die Rechnungen liefern Werte, die mit zwei Ausnahmen jeweils im Bereich oder an der Grenze der von [59] und [70] gemessenen Daten liegen.

Die Vergleiche zwischen den Messungen und Rechnungen zeigen nicht nur am letzten Beispiel, daß es zwar Fälle mit guter Übereinstimmung gibt, daß diesen aber auch solche mit schlechterer gegenübergestellt werden können. Dabei ist unklar, ob die Differenzen vom Lastmodell oder der experimentellen Durchführung herrühren. Ein Nachteil aller zitierten Untersuchungen ist zudem das Vorliegen kleiner R/h-Verhältnisse, also relativ dickwandiger Konstruktionen. Eine Ausnahme bildet nur die Arbeit von Dacock über die Sattellagerung; alle weiteren Veröffentlichungen sind für die Überprüfung der Theorie und des Programms in dem für den Apparate- und Behälterbau bei dem Problem lokaler Lasteinleitungen vor allem interessierenden Bereich dünner Schalen nicht geeignet. Aus diesem Mangel an Informationen ergibt sich der Wunsch und die Notwendigkeit, für das gegebene Problem eigene experimentelle Untersuchungen durchzuführen.

Lastelement	Lastfall	Messung [59] σ_1	Messung [59] σ_2	Messung [70] σ_1	Messung [70] σ_2	LOKA15 (Max.)	
F1	3	335	195	420	265	430	320
F1	1	540	390	425	360	880	530
F1	5	-	-	2850	1200	2800	1900
F2	3	605	255	230	208	410	325
F2	1	-	-	775	750	285 (680)*	263 (-680)*
F2	5	2450	1620	1015	585	2775	2500

Lastfall 1: Biegung in Längsrichtung

Lastfall 3: Konstante radiale Belastung

Lastfall 5: Biegung in Umfangsrichtung

*: Auf der Umfangslinie in der Mitte des Lastfeldes liegend, [70] und nicht eingeklammerte Werte auf der Längsachse in der Mitte des Lastfeldes

Tabelle 5-2: Gemessene und errechnete Spannungen für Geometrien nach Kloth [59], Belastungen jeweils F = 4905 N bzw. M = 416,925 Nm

6. Der Versuchsaufbau

6.1 Realisierte Parameter

Das Schwergewicht der selbst durchgeführten experimentellen Untersuchungen liegt auf einem speziellen Tragelement, nämlich der Tragpratze nach DIN 28083 [71]. Tragpratzen werden im Behälterbau häufig benutzt, jedoch sind bis heute keine Meßergebnisse zu diesem Tragelementtyp veröffentlicht worden. Nur einmal konnten bisher mit firmeninternen Meßergebnissen Vergleiche mit eigenen Rechnungen angestellt werden [72].

Ein Tragelement nach DIN 28083 ist in Abb. 6-1 dargestellt. Die Form A entspricht der Ausführung mit Auflage, Steg und Verstärkung. Im letzteren Fall werden also Steg und Auflage direkt mit dem Behälter verschweißt. Um neben dem rechteckigen Verstärkungsblech, das bei Pratzen immer ein Breiten- zu Längenverhältnis von ungefähr 0,8 aufweist, auch ein quadratisches mit einzubeziehen, wird außerdem ein Tragzapfen nach DIN 28085 [73], Abb. 6-2 untersucht, bei dem die Belastung auch durch eine völlig anders geartete Geometrie auf das Verschwächungsblech wirkt.

Alle Versuche werden an Lastelementen in Originalgröße durchgeführt. Dies erfordert ausreichend große und auf die Maße der auszuwählenden Tragelemente abgestimmte Behälter. Da die Versuche aufgrund der zu erwartenden starken Biegebelastungen der Behälterwandung vor allem für dünnwandige Apparate interessant zu sein scheinen, werden zwei gängige Blechdicken von h = 3 mm und h = 6 mm für den Mantel ausgewählt und zwei Versuchsbehälter dieser Wandstärken gebaut. Als weitere Parameter spielen der Radius und die Länge des Apparates eine Rolle, hier wird aus Gründen der Zugänglichkeit des Inneren und zum Erhalt eines relativ großen h/R-Verhältnisses ("dünnwandig") ein Durchmesser von 1000 mm gewählt. Da der Behälter hinreichend "lang" sein soll, wird ein Längen- zu Radiusverhältnis von 4 : 1 festgelegt, d.h. die Länge des zylindrischen Teils beträgt jeweils 2000 mm. Vervollständigt werden die Apparate durch zwei geflanschte Klöpperböden. Die Behälter selber stehen auf Standzargen (s.a. Kapitel 6.2, Abb. 6-3).

Die Größe der Tragelemente wird den Behälterabmessungen entsprechend gewählt. Gemäß DIN 28083, Teil 1, ist für D = 1000 mm eine Pratze der Nenngröße 3 vorzuziehen, jedoch auch die Nenngröße 2 geometrisch noch vertretbar. Aus diesem Grund werden die Untersuchungen für beide Nenngrößen durchgeführt. Die Abmaße sind in Tabelle 6-1 wiedergegeben.

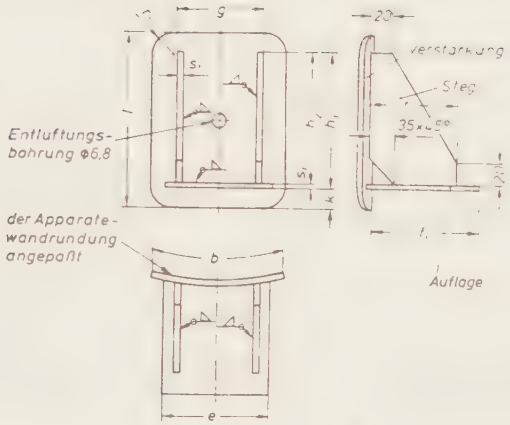


Abb. 6-1: Tragpratze nach DIN 28083
(Bezeichnungen wie in DIN 28083 und damit abweichend von den vereinbarten Formelzeichen)

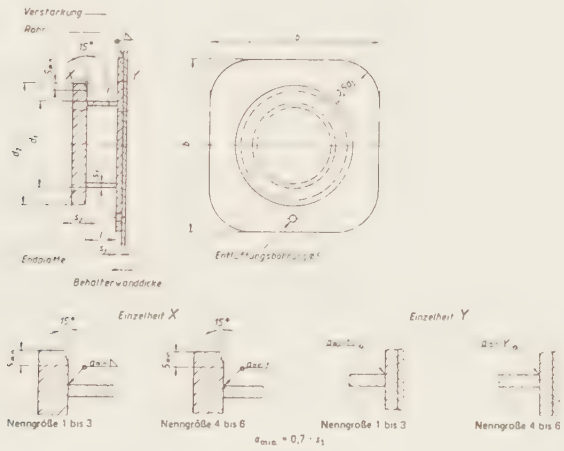


Abb. 6-2: Tragzapfen (kurze Form) nach DIN 28085
(Bezeichnungen wie in DIN 28085 und damit abweichend von den vereinbarten Formelzeichen)

Nenngröße	$h_1 = b$	h_2	e	f_1	f_2	g	k	l	r_1	s_1	t_1
2	160	154	125	115	215	100	20	200	20	6	100
3	200	192	160	140	240	125	25	250	32	8	125

Tabelle 6-1: Hauptmaße von Tragpratzen nach DIN 28083 (Bezeichnungen wie in Abb. 6-1)

Es sei an dieser Stelle vermerkt, daß die Untersuchungen an Pratzen nach Fassung der Norm 28083 vom März 1977 durchgeführt werden, die statt einer Abschrägung des Verstärkungsbleches von 25 x 45° eine von 35 x 45° vorsieht. Man kann jedoch erwarten, daß diese Änderung in einem wenig belasteten Teil der Verstärkung keinen wesentlichen Einfluß auf die Spannungsgröße und -verteilung im Behälter nimmt.

Bei den Tragzapfen wird nur eine Nenngröße (die Größe 1) untersucht. Die konstruktiven Daten dafür lauten (Bezeichnungen nach Abb. 6-2):

d_1 = 114,3
s_1 = 5,6
l = 40,0
d_2 = 160,0
s_2 = 20,0
s_3 = 8,0 (6,0 für 3 mm-Behälter)
b = 230,0

Der ausgeführte Rundungsradius von 30 mm entspricht allerdings nicht dem genormten Radius von 0,5 d_1 = 57 mm.

Die Stärke der Verstärkungsbleche ist in den Normen nicht festgeschrieben. Für die Tragpratzen wird sie gleich der Blechdicke des Behälters gewählt, für den Tragzapfen gleich der doppelten Wanddicke. Einzige Ausnahme dazu bildet eine Pratze der Nenngröße 2 am 3 mm-Behälter, für die neben einer 3 mm dicken Verstärkung auch eine von 4 mm untersucht wird. Die Tragelemente werden sowohl in der Behältermitte als auch am Behälterrand angebracht. Damit ist neben der Spannungsverteilung im ungestörten, randfernen Bereich (Behältermitte) auch die Bestimmung des Randeinflusses möglich. Der Behälterrand ist, wie dies in der Praxis auch oft vorkommt, durch einen Flanschring versteift.

Im einzelnen ergeben sich damit für die Versuche folgende variierte und nichtvariierte konstruktive Parameter:

1) Behälter: L = 2000 mm
D = 1000 mm
h = 3 mm und 6 mm

2) Tragelemente

a) Tragpratzen

Nenngröße: 2 und 3
Form: A und B
Lage: Behältermitte und Behälterrand

b) Tragzapfen

Nenngröße: 1
Lage: Behältermitte und Behälterrand

Die so möglichen 20 Kombinationen lassen sich nicht alle realisieren, da an jedem Behälter nur für acht Tragelemente Platz vorhanden ist. Es werden daher vier Möglichkeiten gestrichen, bei denen man annehmen kann, daß sie keine grundsätzlich neuen Einblicke bringen werden.

6.2 Ausführung

Die apparative Ausführung der im vorangegangenen Kapitel entwickelten geometrischen Parameter ist aus den Abbildungen 6-3 und 6-4 zu ersehen. Abb. 6-3 zeigt den von der Firma Schmidding-Werke, Köln, gefertigten Behälter mit 6 mm Wandstärke im zusammengebauten Zustand mit den Klöpperböden, wobei der untere in die Standzarge eingearbeitet ist. In die Klöpperböden sind die Stutzen zum Befüllen des Behälters und für Manometer und Sicherheitseinrichtungen eingeschweißt. Das zylindrische Mittelstück ist, da geflanscht, auswechselbar. Es kann gegen den in Abb. 6-4 dargestellten Zylinder mit 3 mm Wandstärke nach Belieben getauscht werden.

Die Lage der Tragelemente ist den Ansichten, den Draufsichten sowie dem Schnitt AA bzw. BB zu entnehmen. Es bedeuten dabei die Abkürzungen A2, A3, B2 sowie T1 jeweils Tragpratze nach DIN 28083, Form A, Nenngröße 2; Form A, Nenngröße 3; Form B, Nenngröße 2; Form B, Nenngröße 3 sowie Tragzapfen nach DIN 28083, Nenngröße 1. In Tabelle 6-2 sind noch einmal die Lage und der Typ des Tragelementes zusammengefaßt; verwendet werden die oben dargestellten Abkürzungen.

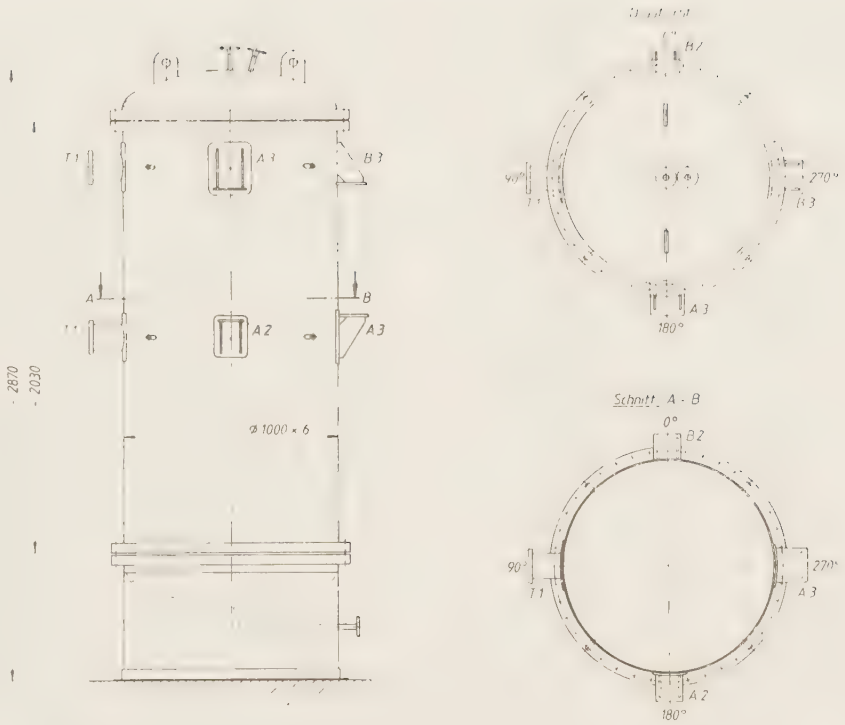
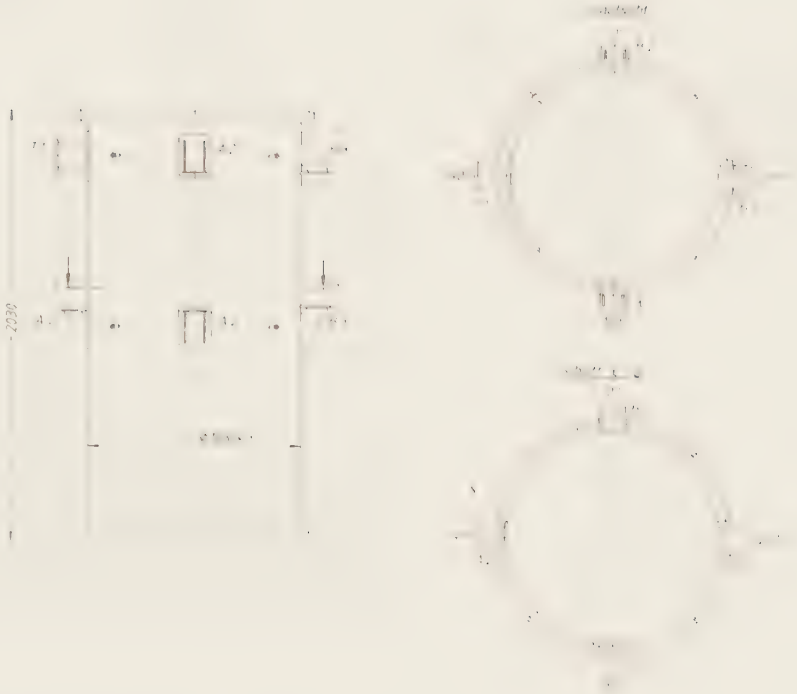


Abb. 6-3: Behälter (6 mm) mit Standzarge und Böden



Behälter (3 mm) ohne Stadnzarge und Böden

	Behälter h = 6 mm				Behälter h = 3 mm			
	0°	90°	180°	270°	0°	90°	180°	270°
Rand	B2	T1	A3	B3	B2	T1	A2	B3
Mitte	B2	T1	A2	A3	B2	A2*)	A2	B3

Tab. 6-2: Lage der Tragelemente
(*): 4 mm dicke Verstärkung)

Zur vereinfachenden Kennzeichnung werden die verschiedenen Tragelemente fortlaufend numeriert, so daß sich die folgende Zuordnung nach Tabelle 6-3 ergibt.

	Behälter h = 6 mm				Behälter h = 3 mm			
	0°	90°	180°	270°	0°	90°	180°	270°
Rand	1	2	3	4	9	10	11	12
Mitte	5	6	7	8	13	14	15	16

Tab. 6-3: Kennzeichnung der Tragelemente

Es entspricht also z.B. Element Nr. 5 einer Pratze Form B, Nenngröße 2, die an einem 6 mm-Behälter in der Behältermitte angebracht ist. Die am Behälterrand aufgeschweißten Tragelemente haben jeweils einen Abstand von 50 mm zwischen Flanschring und Tragelement (d.h. den Stegen der Pratzen nach Form B bzw. den Verstärkungsblechen bei allen anderen Elementen).

Der verwendete Werkstoff ist für alle wesentlichen druckführenden Teile 1.0425 (HII), für einige Verstärkungen wird auch der Werkstoff 1.0345 (HI), für diverse Rohre und Stutzen 1.0305 (St 35.8) und für die Flansche 1.0038 (RST 37-2) verwendet. Die laut Gütenachweis angegebenen Meßwerte für die 0,2 %-Dehngrenze lauten für die beiden Klöpperböden $R_{p\,0,2}$ = 300 N/mm², für die 6 mm-Zarge $R_{p\,0,2}$ = 342 N/mm² (geforderter Mindestwert 265 N/mm²).

Die Belastung der Tragelemente erfolgt durch Verspannen zweier übereinanderliegender Tragelemente mittels einer Hydraulik. Aus diesem Grund sind die in der Behältermitte

angeordneten Pratzen auch um 180° gedreht, so daß die Auflagen zweier sich am Rand und in der Mitte befindenden Pratzen zueinander weisen. An die Auflagebleche der Pratzen ist je ein zusätzliches Sicherungsblech geschweißt, das ein eventuelles Herausrutschen der Belastungsvorrichtung bei stärkerer Verformung der Pratze verhindern soll. Die Abb. 6-5 zeigt eine derartig vorbereitete Pratze und Abb. 6-6 die Lasteinleitungsvorrichtung. Diese besteht aus den mit Nr. 1 bis Nr. 6 markierten Teilen.

Die untere Bodenplatte (Nr. 1) besitzt ein mittiges Sackloch von wenigen Millimetern Tiefe, in das ein ballig geformtes Druckstück des Hydrospanners eingreift (Nr. 2; Typ HSA 40-25 der Firma Heilmeier & Weinlein, München). Ein aufschraubbares Zwischenstück (Nr. 3) trägt ein Distanzrohr (Nr. 4), welches über ein weiteres steckbares Zwischenstück (Nr. 5) auf eine Kraftmeßdose (Nr. 6, Typ EBM 2500-2120 der Firma E. Brosa, Tettnang) wirkt. Diese dient gleichzeitig als zweite Boden- oder Anpreßplatte und besitzt am Gegenstück Nr. 5 wieder eine ballige Lagerung. Durch die zwei beweglichen Lagerungen kann ein Verkanten der Lasteinleitungsvorrichtung in allen Betriebsfällen sicher vermieden werden. Die Lasteinleitungsvorrichtung während eines Versuches zeigt Abb. 6-7.

Abb. 6-5: Pratze DIN 28083 - B2 mit zusätzlichem Sicherungsblech

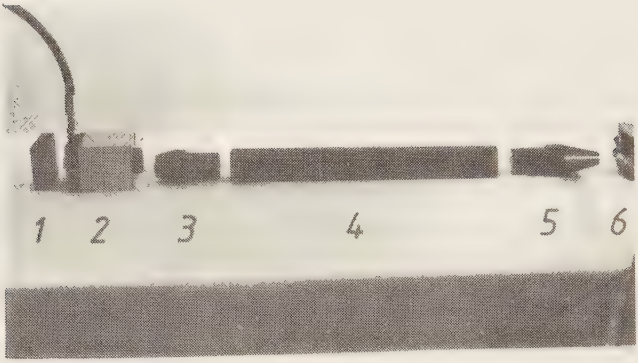


Abb. 6-6: Lasteinleitungsvorrichtung (Benennung der Teile im Text)

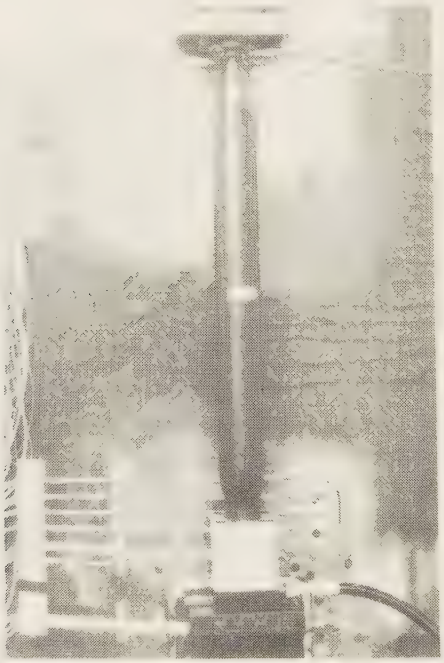


Abb. 6-7: Lasteinleitungsvorrichtung

Für die Belastung der Tragzapfen sind weitere hier nicht gezeigte Anpaßstücke erforderlich. Der notwendige Druck für den Hydrospanner wird über eine einfach wirkende Handpumpe aufgebracht, die bei F = 25 KN einen Druck von p = 200 bar möglichst ohne Verluste über eine Versuchsdauer von 15 min. halten muß. Da dies bei den hohen Drücken zu Problemen führen kann, befindet sich ein zusätzlicher Kugelhahn als Absperrorgan in der Hydraulikleitung, der diese Aufgabe zufriedenstellend erfüllt.

6.3 Instrumentierung und Meßtechnik

Die Untersuchung mechanischer Beanspruchung von Bauteilen ist mit verschiedenen Meßverfahren möglich. Von einigen Ausnahmen abgesehen (Wirbelstrom-Verfahren, spannungsoptische Verfahren) ist der Weg über die Messung von Dehnungen der übliche. Wenn man von dem Reißlackverfahren absieht, das wegen seiner hohen Ansprechgrenze und schlechten Reproduzierbarkeit als Übersichtsverfahren einzuordnen ist, kann man Längenänderungen mit mechanischen, induktiven und ohmschen Systemen erfassen. Die ohmschen Systeme mit Wheatstonescher Brückenschaltung haben sich dabei nicht zuletzt wegen der Entwicklung der Dehnungsmeßstreifen (DMS) die erste Stelle gesichert. Sie sind in der Handhabung nicht sehr kompliziert und liefern bei vertretbarem Aufwand sehr genaue Ergebnisse. Die Entscheidung über das Meßsystem bzw. die Meßaufnehmer fiel deshalb auf die DMS-Technik.

Über die Grundlagen der DMS-Technik [74 - 76] soll hier nicht weiter referiert werden. Gemessen wird mit einer Viertelbrückenschaltung in Zweileitertechnik ohne Kompensations-DMS. Diese an und für sich leicht mit Fehlern behaftete Technik wurde gewählt, da sichergestellt ist, daß einige mit anderen Schaltungsvarianten kompensierbare Störgrößen bei den durchzuführenden Versuchen nicht in Erscheinung treten werden. Die Viertelbrückenschaltung setzt z.B. voraus, daß bei konstanten Temperaturen gearbeitet wird. Dies kann unter den gegebenen Versuchsbedingungen im Labor als erfüllt angesehen werden. Die jahreszeitlichen Schwankungen der Temperatur zwischen $\pm$ 15° und $\pm$ 25° werden dadurch abgefangen, daß die DMS in ihrem Dehnungsverhalten an den Werkstoff (Stahl) angepaßt und selbsttemperaturkompensiert wird. Die Forderung für die Zweileiterschaltung, daß die Zuleitungen gleich lang sind und gleiche Temperaturen besitzen, ist ebenfalls erfüllt. Zusätzlich werden sie im Querschnitt ausreichend groß gewählt, damit der sich empfindlichkeitsmindernd auswirkende Leitungswiderstand möglichst gering bleibt. Das Arbeiten mit Kompensations-DMS kann letztendlich unterbleiben, da die Arbeitstemperatur stets nur Raumtemperatur ist.

Da die zu messenden Spannungen nach Membran- und Biegeanteil aufgeschlüsselt werden sollen, ist es notwendig, auf der Innen- und der Außenseite des Behälters am gleichen Ort zu messen. Durch die Füllung mit Wasser für die Druckversuche werden besonders an die DMS auf der Innenseite, ihre Klebung und Verkabelung spezielle Anforderungen gestellt. Zur Anwendung kommen vollgekapselte DMS für Unterwasseranwendung der Firma Kyowa. Für die Behälteraußenseite werden entsprechende ungekapselte DMS gewählt. Verwendet werden 2-Element-90°-Rosetten ("90°-Gitter") und 3-Element-Rechtwinkel-Rosetten (0°/45°/90°, "Rosetten") mit einem Widerstand von 120 Ω in Normalausführung als Folien-DMS auf Polyester-Basis. Es werden zunächst generell DMS mit 5 mm-Gittern und mit 1 m langen vorinstallierten Kabelzuführungen benutzt. Die Produktbezeichnungen lauten KFC-5-D16-11 (5 mm-90°-Gitter, angepaßt an Stahl mit $\alpha = 11 \cdot 10^{-6}$ m/mK), KFC-5-D17-11 (5 mm-Rosette), KFW-5-D16-11 (5mm-90°-Gitter, wasserfest) und KFW-5-D17-11 (5 mm-Rosette, wasserfest). Bei den wasserfesten DMS wird mit der Klebung gleichzeitig die Dehnungsübertragung und die Abdichtung des DMS auf der Unterseite erreicht. Die Abbildungen 6-8 und 6-9 zeigen einen ungekapselten und einen gekapselten DMS der verwendeten Sorte.

Des weiteren werden zusätzlich 90°-Gitter mit 1 mm Gitterlänge verwendet, um an einigen Stellen mit hoher Spannungskonzentration eine bessere Auflösung zu erreichen. Die Klebung erfolgt wie bei allen anderen DMS-Typen auch mit einem Einkomponenten-Cyanoacrylat-Kleber, der bei Raumtemperatur in ca. 60 . . . s . . . unter Anpreßdruck abbindet und nach einigen Stunden fertig ausgehärtet ist. Die Behandlung der Klebstelle erfolgt wie üblich durch mechanisches Abtragen und chemischer Reinigung. Ein wesentlicher Punkt für eine einwandfreie Klebung ist die Einhaltung einer Mindestluftfeuchtigkeit von 40 %, da der Kleber unter Wasseraufnahme aushärtet.

Die mit Kleber und DMS gemachten Erfahrungen sind sehr gut. Der Übergangswiderstand liegt stets höher als 5 GΩ, meist bei 10 bis 20 GΩ. Die Abdichtung auf der Wasserseite ist perfekt. Bis zum Abschluß der Messungen, die sich über einen Gesamtzeitraum von ungefähr 1 1/2 Jahren erstreckten, ging keiner der auf der Innen- und Außenseite geklebten 490 Meßorte (90°-Gitter oder Rosetten) oder auch nur eine der Meßstellen verloren. Die Messungen sind über den gesamten Zeitraum reproduzierbar (s.a. Kap. 7.2). Einen Eindruck über den Korrosionsangriff am Behälter während der gesamten Versuchsdauer und damit der Umgebungsbedingungen für die DMS gibt die Abb. 6-10 mit der Aufnahme mehrerer auf der Behälterinnenseite geklebten DMS nach Abschluß der Versuche. Die auf der Behälteraußenseite liegenden DMS werden durch Überzug mit einem Einkomponenten-Silikongummi vor Feuchtigkeit und äußerer Beschädigung geschützt.

Abb. 6-8: 5 mm-90°-Gitter, ungekapselt

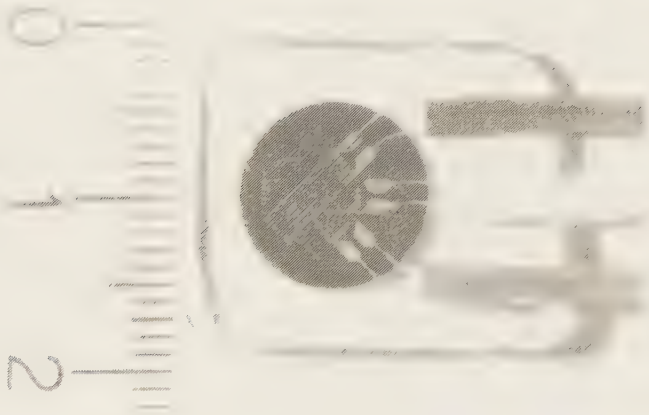


Abb. 6-9: 5 mm-Rosette, gekapselt

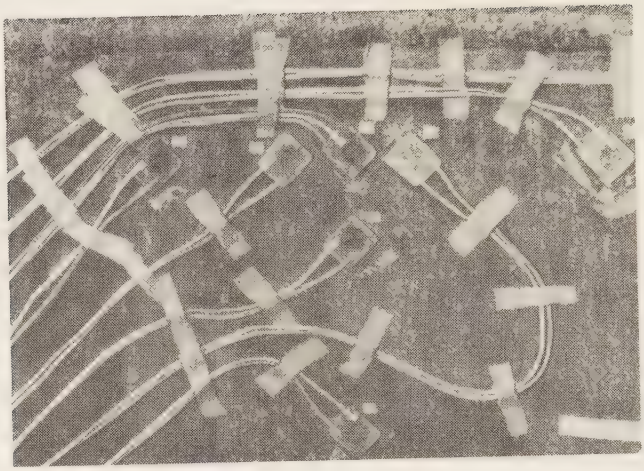


Abb. 6-10: DMS auf der Behälterinnenseite nach Abschluß der Versuche

Die Zuführungskabel der auf der Behälterinnenseite liegenden DMS werden durch Meßkabelstutzen (s. z.B. Abb. 6-11) geführt, auf die ein Drehteil geschraubt ist, in dem ein Vergießen der Kabel mit einem Kabelharz (Scotchcast Kabelharz Nr. 2121 U) stattfindet. Die DMS-Zuleitungen jeweils zweier übereinanderliegender Tragelemente von Behälterinnen- und -außenseite werden zu Steckern geführt (s. Abb. 6-12), von denen die Verbindung zu einer Vielstellenmeßanlage erfolgt. Die hier notwendigen Kontakte sind Produkte der Firma AMP und aufgrund des geforderten geringen Übergangswiderstandes der Verbindung vergoldet.

Die Zuführung zu einer Vielstellenmeßanlage (VMA) erfolgt über ausreichend dimensionierte Zuführleitungen. Die maximale Leitungslänge vom DMS über die Kupplungsstelle bis zur VMA beträgt 3 m. Die gemessenen Widerstände am Ende der Leitung, also DMS plus Zuleitung, liegen häufig im Toleranzbereich der Herstellerangaben für die DMS (± 0,4 % bis ± 0,6 %), immer jedoch unter ± 1 % Abweichung.

Die Vielstellenmeßanlage besteht im wesentlichen aus einem Speisespannungsteil für die DMS, einen Umschalter für 200 Meßstellen und einem Gleichspannungsmeßverstärker. Ein Abgleich der Brücken ist für jeden DMS über eine Widerstandsdekade möglich. Die

Abb. 6-11: Meßkabeldurchführung aus dem Behälterinneren

Abb. 6-12: Steckerleiste für DMS-Verbindung mit der Vielstellenmeßanlage

Ausgabe der Meßwerte erfolgt über IEEE-Bus an einen Mikroprozessor (PET Commodore 3032), an den zur Speicherung und Ausgabe Disketten-Laufwerk und Drucker angeschlossen sind. Der Rechner übernimmt dabei nicht nur die Steuerung der Anlage bei der Meßwertaufnahme sondern zu einem späteren Zeitpunkt auch sämtliche Auswertungen. Den kompletten Versuchsaufbau (ohne Drucker) zeigt Abb. 6-13.

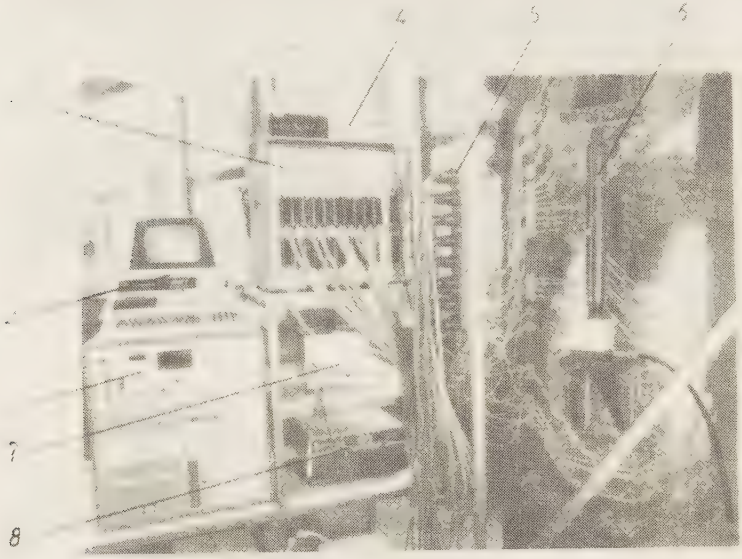


Abb. 6-13: Versuchsaufbau mit Vielstellenmeßanlage
(1: VMA, 2: Mikroprozessor, 3: VMA, Umschalter, 4: Digital-Voltmeter für Belastungsanzeige von der Kraftmeßdose, 5: Steckerleiste, 6: Lasteinleitungsvorrichtung, 7: Speisespannungsgerät für Kraftmeßdose, 8: Disketten-Laufwerk)

6.4 Meßstellenpläne

Die Aufgabenstellung erforderte, die Spannungsverteilung in der Umgebung der Tragelemente sowohl in einigem Abstand vom Element entfernt als auch möglichst nahe daran zu bestimmen, dabei sollten die Meßorte nach Möglichkeit so liegen, daß Vergleichsmöglichkeiten zwischen den verschiedenen Parameterkombinationen bestehen. Es liegt die Vermutung nahe, daß die höchstbelasteten Stellen sich in der Nähe der Schweißnähte der aufgeschweißten Tragelemente befinden. Üblicherweise versucht man diese - sofern nicht von vornherein bekannt - mittels Reißlackverfahren genau zu be-

stimmen. Da bei den Originalbehältern unzulässige Verformungen bei den für Reißlackversuche manchmal notwendigen hohen Belastungen nicht auszuschließen sind, wurden diese Untersuchungen an Modellbehältern im Maßstab 1 : 5 ausgeführt [77]. Die Tragelemente wurden dabei wegen der geringen Blechdicke hartgelötet.

Die Untersuchungen zeigen, daß bei Pratzen ohne Verstärkung die Spannungsspitzen wie zu erwarten am Ende von Stegen und Auflage entstehen, während bei solchen mit Verstärkung sowie beim Tragzapfen mit Verstärkungsblech die höchste Beanspruchung im Bereich der abgerundeten Ecken der Verstärkungsbleche liegen. Das Reißlackverfahren liefert nur Aussagen über Bereiche mit positiven größeren Hauptspannungen (Zug), jedoch können durch schlagartige Entlastung auch qualitative Erkenntnisse über das Vorliegen von Druckspannungen gewonnen werden. Die Abb. 6-14 zeigt derartige Rißverläufe, bei 1 liegen Zug-, bei 2 Druckspannungen vor.

Die Hauptspannungen laufen dabei in unmittelbarer Nähe der Tragelemente bzw. deren Schweißnähte meist parallel und senkrecht zu den Nähten. Aus diesem Grunde werden in diesen Bereichen überwiegend 90°-Gitter mit Ausrichtung der Gitter in tangentialer und axialer Richtung vorgesehen. Rosetten werden nur vereinzelt zur Kontrolle und besseren Übersicht eingesetzt.

Abb. 6-14: Reißlackversuch an einer Modell-Pratze

Aufgrund der somit gewonnenen Erkenntnisse wird die Lage der Meßstellen um die Tragelemente festgelegt. Die Meßstellenpläne sind in den Abbildungen 6-15 bis 6-19 wiedergegeben. Dargestellt ist jeweils die Ansicht eine Tragelementes von vorne mit einem 10 mm breiten umlaufenden Streifen, in dem die Schweißnaht liegt. Diese ist bei den verschiedenen Tragelementen zwischen 5 und 8 mm stark und schwankt auch an ein und demselben Tragelement oft erheblich. So kann man bei einem Tragelement, Typ B2 am 3 mm-Behälter (Nr. 13, s.a. Kap. 6.2), Werte zwischen 5 mm am Steg und 8,5 mm im Bereich der Steg- und Auflageenden messen. Diese Schwankungen beruhen auf der Tatsache, daß bei der Handschweißung der Tragelemente gezielt keine besonderen Hinweise auf betont gleichmäßige Ausführung der Schweißnähte gegeben wurde. Damit sollen praxisnahe Verhältnisse geschaffen und untersucht werden.

Die möglichst nahe am Tragelement befindlichen DMS werden so positioniert, daß ihr Mittelpunkt jeweils 15,5 mm von der äußeren Blechkante (Steg, Auflage oder Verstärkung) entfernt liegt. Damit ist bei der gegebenen Form des DMS-Trägers und der gewählten Größe der DMS gewährleistet, daß die DMS bis an den reservierten 10 mm-Bereich reichen und bei allen Tragelementen an vergleichbaren Stellen sitzen, wie aus den Abbildungen ersichtlich wird. Die durchgezogenen Kreise geben einen um den eigentlichen Meßpunkt geschlagenen Kreis wieder, während der gestrichelte die eigentliche Größe des Trägers zeigt. Der Mittelpunkt der Meßgitter liegt also nicht im Mittelpunkt des Trägers.

Die eingezeichneten Pfeile geben an, ob es sich um 90°-Gitter (zwei Pfeile) oder um Rosetten (drei Pfeile) handelt. Die Numerierung der Meßorte läuft stets von 1-19 bei den Tragelementen, die in der Behältermitte sitzen, und von 20 bis 35 für die am Rande befindlichen Elemente. Bei diesen fehlen die den Meßorten 1, 2 und 3 entsprechenden Meßorte, da sich dort bereits jeweils der Flansch befindet. Da sich auf der Behälterinnenseite die gleiche Anzahl von Meßstellen befindet, erhält man für einen "Meßbereich" (entsprechend zwei übereinander liegenden Tragelementen) insgesamt 156 Meßstellen, da pro 90°-Gitter zwei und pro Rosette 3 Meßstellen anfallen (54 90°-Gitter und 16 Rosetten).

Für die Übertragung der Meßstellenpositionen auf den Behälter werden zunächst die vom Hersteller der Behälter angerissenen Linien für 0°, 90°, 180° und 270° auf die Behälterinnenseite übertragen. Die Festlegung einer in Behältermitte umlaufenden Umfangslinie erfolgt durch Abmessung von den plan gedrehten Oberflächen der Flansche. Sodann werden Blaupausen (verzerrungsfrei) von den ebenfalls mit Symmetrie- und Mittellinien versehenen Zeichnungen gezogen, die Pausen aufgeklebt und die Koordinaten

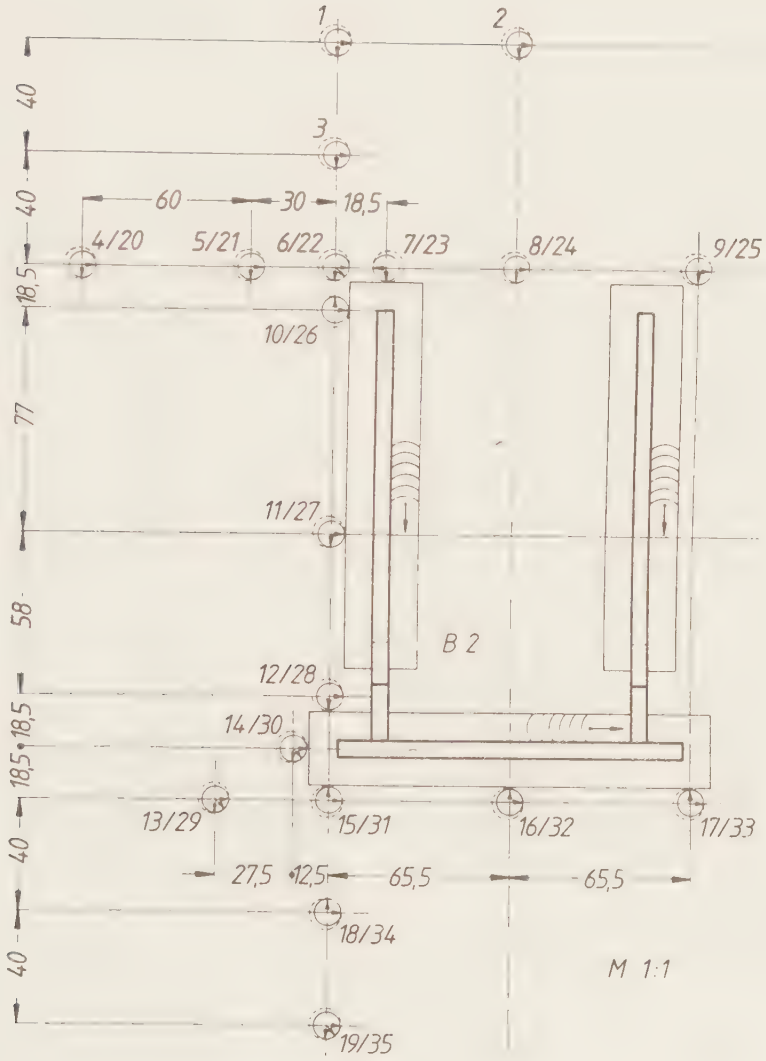


Abb. 6-15: Meßstellenplan für Tragpratze, Form B, Nenngröße 2

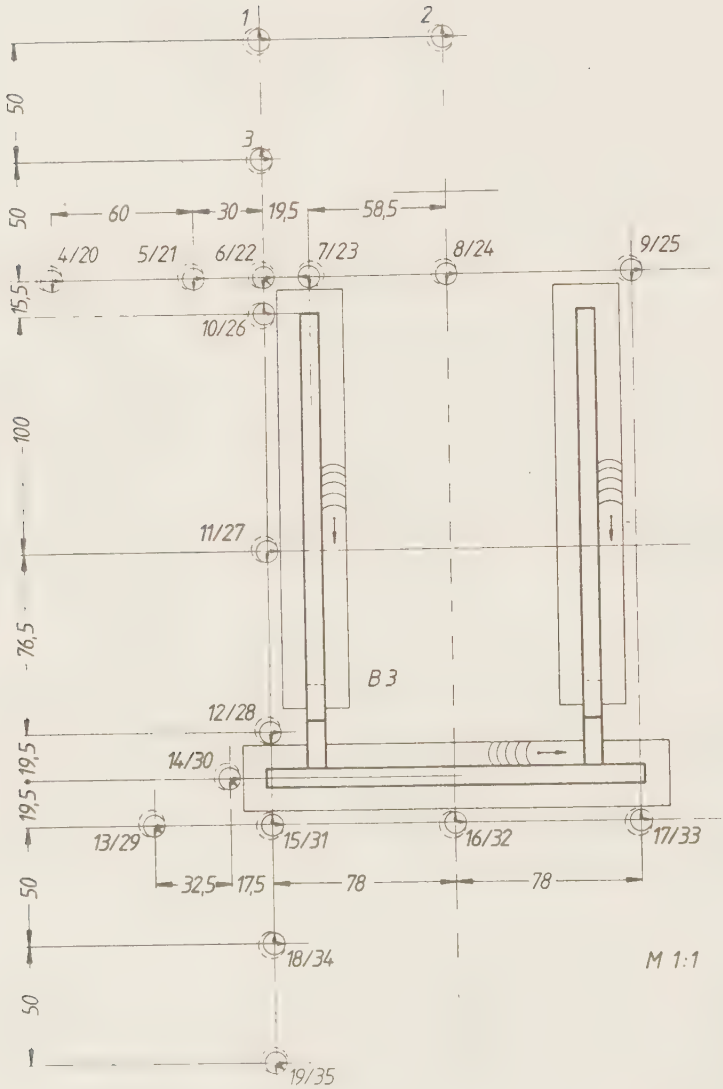


Abb. 6-16: Meßstellenplan für Tragpratze, Form B, Nenngröße 3

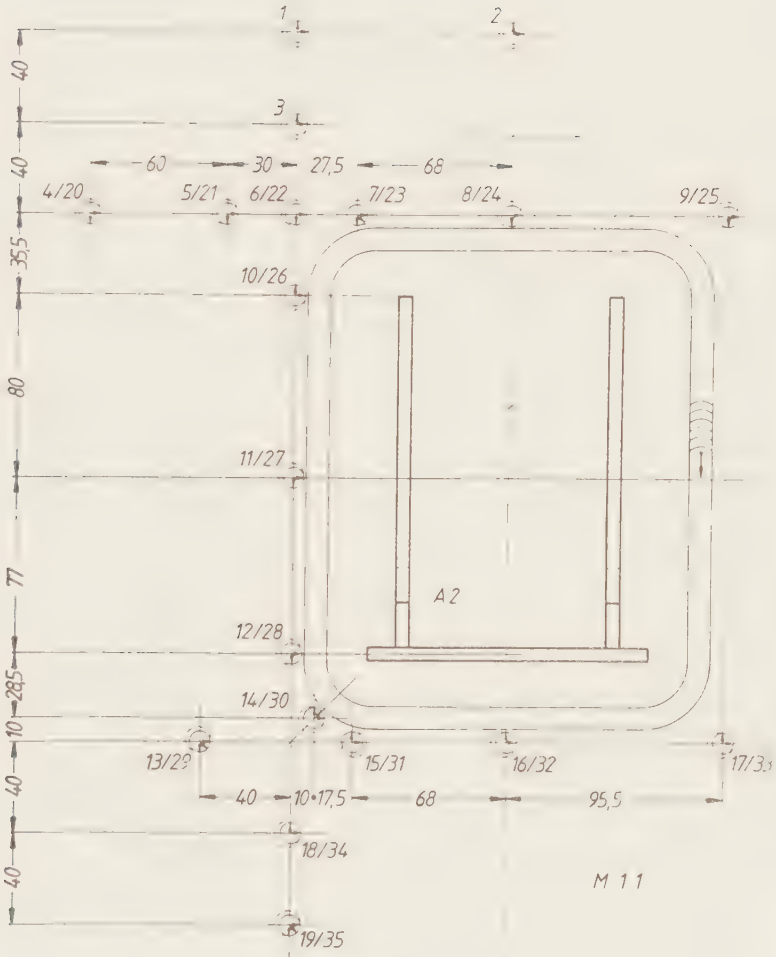


Abb. 6-17: Meßstellenplan für Tragpratze, Form A, Nenngröße 2

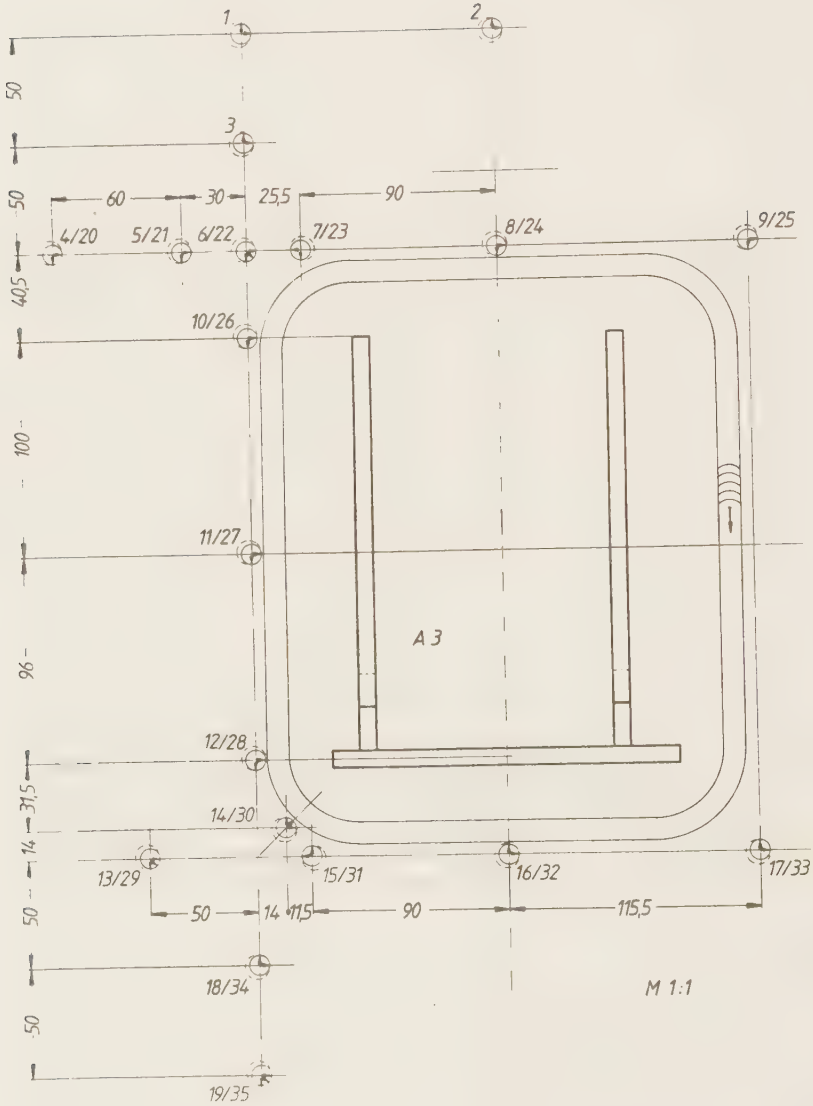


Abb. 6-18: Meßstellenplan für Tragpratze, Form A, Nenngröße 3

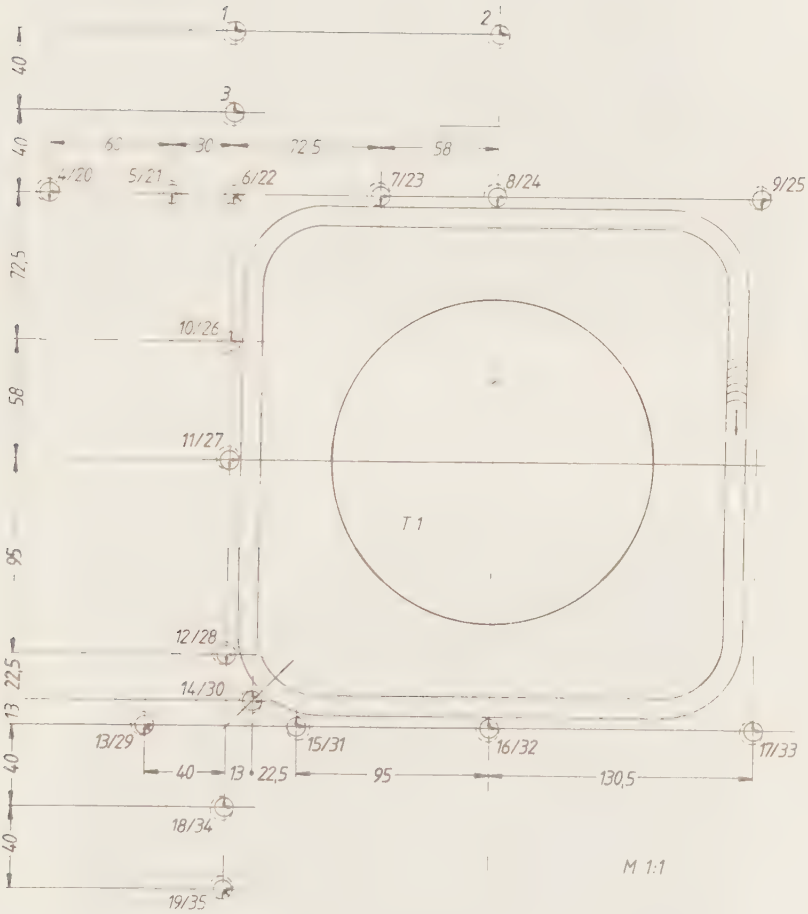


Abb. 6-19: Meßstellenplan für Tragzapfen, Nenngröße 1

der Meßorte angekörnt. Die Unsicherheit dieses Verfahrens liegt bei entsprechenden Meßorten auf Behälterinnen- und außenseite bei 0,5 mm bis maximal 1 mm Verschiebung. Die Abb. 6-20 zeigt einen Blick in das Behälterinnere einer noch nicht montierten Zarge, Abb. 6-21 das fertig verkabelte Tragelement Nr. 7 (Außenseite).

An den Tragelementen Nr. 5 (Typ B2), Nr. 13 (B2) und Nr. 14 (A2) werden nach Abschluß der ersten Versuchsreihen in Bereichen festgestellter großer Spannungsgradienten Messungen mit DMS der Gitterlänge 1 mm durchgeführt. Es wird dafür jeweils die Umgebung des Meßortes 15 gewählt, der sich für diese Betrachtungen besonders eignet. An Stelle des Meßortes 15 mit dem 5 mm-90°-Gitter werden je zwei 1 mm-90°-Gitter geklebt, um den Spannungsanstieg über die Meßgitterlänge zu bestimmen. Ein weiteres 90°-Gitter wird möglichst nahe an der Schweißnaht appliziert, im Falle des Tragelementes Nr. 13 zusätzlich eines zwischen dem ursprünglichen Meßort 15 und Meßort 18. Die geometrischen Gegebenheiten für das Tragelement 13 zeigen die Abbildungen 6-22 und 6-23.

Bei den Tragelementen Nr. 5 und Nr. 7 erfolgen DMS-Klebungen auch auf der Behälterinnenseite unter den Tragelementen, um damit zu zeigen, ob unter den Tragelementen größere Spannungen als in ihrer Umgebung auftreten können.

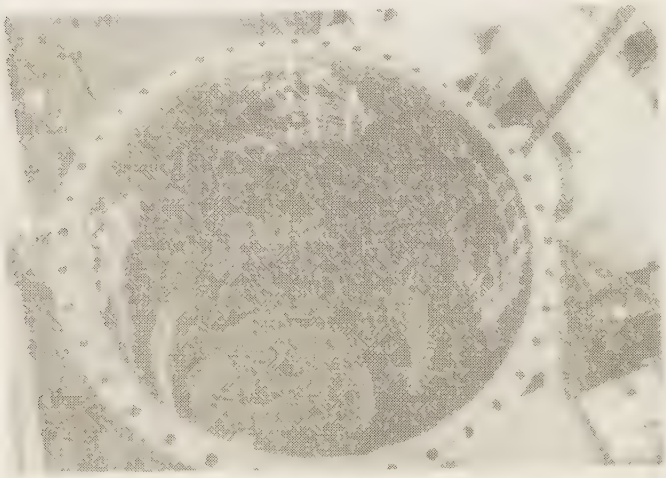


Abb. 6-20: Meßstellen auf der Behälterinnenseite

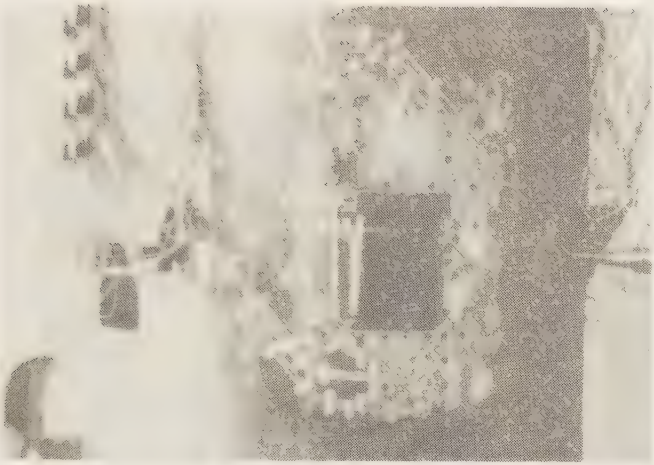


Abb. 6-21: Tragelement Nr. 7 (Typ A2)

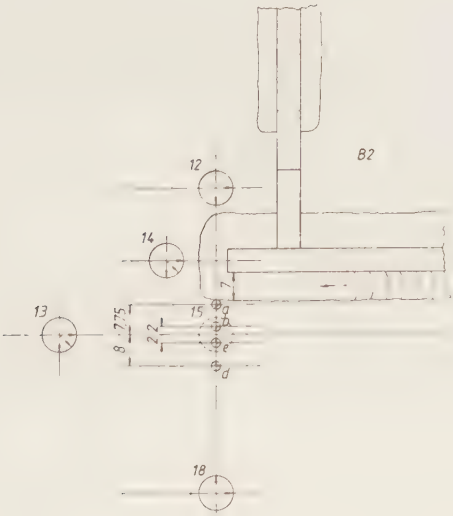


Abb. 6-22: Alte und neue Meßortanordnung am Beispiel des Tragelementes 13 (Ausschnitt)

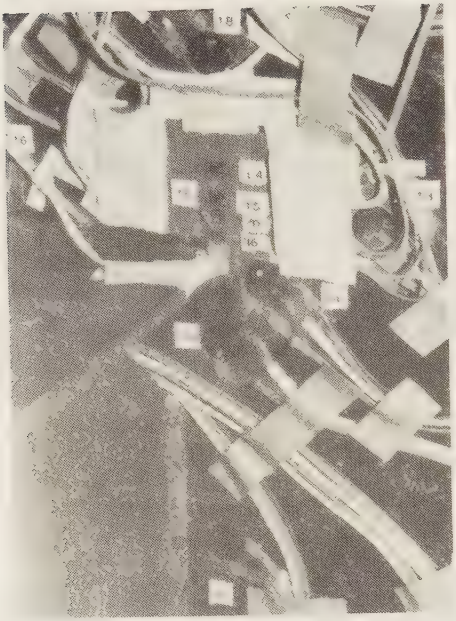


Abb. 6-23: Aufnahme der neuen Meßstellenanordnung des Tragelementes 13 (Ausschnitt)

7. Versuchsdurchführung und Fehlerbetrachtung

7.1 Versuchsdurchführung

Alle hier referierten Versuche werden an den komplett montierten Behältern durchgeführt. Die Belastung der Tragelemente erfolgt über die erläuterte Krafteinleitungsvorrichtung bei definiertem Hebelarm der Einleitung mit bekannten Biegemomenten. Der genaue Ort der Krafteinleitung kann über eine Art Schneidenlagerung, wie sie Abb. 7-1 zeigt, mit einem Streifen Stahlblech des Querschnittes 1 mm x 1 mm sicher und reproduzierbar festgelegt werden.

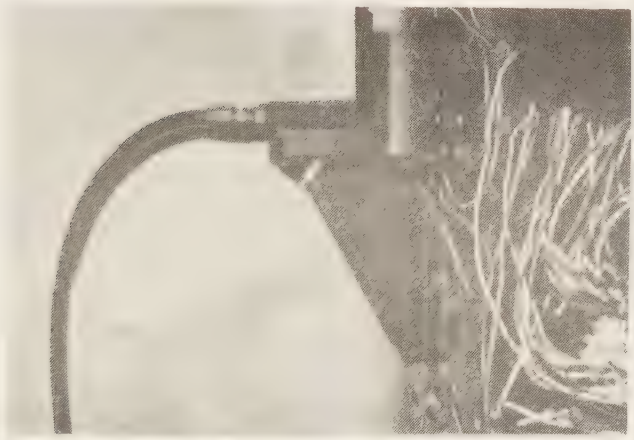


Abb. 7-1: Krafteinleitung über Schneidenlagerung

Bezogen auf den Abstand zwischen Schneidenlagerung und Außenwand des Apparates ergeben sich folgende Hebelarme (Tab. 7-1):

Tragelement Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Hebelarm in s_F in mm	78,0	95,0	80,0	106,0	78,0	91,5	77,0	111,0
Tragelement Nr.	9	10	11	12	13	14	15	16
Hebelarm in s_F in mm	78,0	83,0	80,0	106,0	77,5	83,0	79,0	103,5

Tabelle 7-1: Hebelarme bei der Momenteneinleitung

Die teilweise auftretenden leichten Ungleichheiten der Hebelarme bei ansonsten gleichen Tragelementen sind in den vorhandenen Fertigungsungenauigkeiten begründet.

Durch einige Vorversuche mit geringer Belastung wird sichergestellt, daß bei den ersten Versuchsreihen mit einer Belastung bis zu 10 kN keine übermäßige Beanspruchung der Behälterwandung auftritt. Aus diesen ersten Versuchsreihen kann man die maximal zulässige Belastung für die Versuche bestimmen, wobei als Kriterium gilt, daß am höchstbelasteten Meßort Spannungen um die 200 N/mm² auftreten sollen. Die Spannungen sollen also eindeutig im elastischen Bereich liegen, was sich später als Vorteil herausstellen wird, da bei den Messungen der Spannungsgradienten mit den 1 mm-DMS z.T. höhere Werte bei diesen festgelegten Belastungen gefunden werden. Es werden für alle Meßbereiche jeweils nach den ersten Laststufen bis 10 kN mindestens zwei weitere gefahren, deren höchste Belastung für die Tragelemente aus der Tabelle 7-2 zu entnehmen is.t.

Tragelement-paarung	Nr. 1 / Nr. 5	Nr. 2 / Nr. 6	Nr. 3 / Nr. 7	Nr. 4 / Nr. 8	Nr. 9 / Nr.13	Nr. 10 / Nr. 14	Nr. 11 / Nr. 15	Nr. 12 / Nr. 16
höchste Belastung in kN	25	25	25	25	10	14	16	10

Tabelle 7-2: Maximale Versuchsbelastung der Tragelemente

Jeder Versuch wird mindestens zweimal durchgeführt, so daß sich mit den Versuchen der unterschiedlichsten Laststufen recht genaue Aussagen über die Reproduzierbarkeit und Zuverlässigkeit der einzelnen Messungen machen lassen.

Bei Versuchen mit zusätzlichem Innendruck wird meist ein Druck von 3,0 bis 3,5 bar eingestellt. Zunächst erfolgt die Untersuchung der Wirkung des Druckes allein auf den durch die Tragelemente versteiften Behälter, später die der Beanspruchung durch Überlagerung von Innendruck und äußerer Belastung. Dabei werden nur die beiden Meßreihen mit den höheren Belastungsstufen durchgeführt.

Als Nebeneffekt wird weiterhin untersucht, mit welchen Beanspruchungen des zylindrischen Mantels beim Anziehen der Flanschschrauben mit einem vorgegebenen Drehmoment von 200 Nm zu rechnen ist, da über die eingelegte It-Dichtung ein Stülpmoment auf den Flanschring wirkt. Da dieser fest mit dem Mantel verschweißt ist und jener geringe Wandstärke besitzt, kann man nicht unerhebliche Verformungen und Spannungen im Randbereich der Zarge vermuten. Diese können, zumindest übersichtsweise, durch die DMS der am Behälterrand sitzenden Tragelemente bestimmt werden.

Die Messungen werden so durchgeführt, daß kein manueller Abgleich der Brückenschaltungen über die Widerstandsdekaden vor Beginn der Messungen erfolgt. Die Durchführung stellte sich für die 156 Meßstellen als zu zeitraubend heraus. Es wird deshalb mit nicht kompensierter Brücke ohne Belastung eine "Nullmessung" durchgeführt, durch die die Verstimmung der Brücke für jeden DMS bekannt ist. Diese Verstimmung wird bei der Auswertung von dem eigentlichen Meßwert, hervorgerufen durch die Belastung, wieder abgezogen. Dieses Verfahren ist zulässig, wenn die scheinbaren Dehnungen nicht zu hoch werden und die Empfindlichkeit der Meßapparatur nicht einschränken. Bei den hier gemessenen scheinbaren Dehnungen durch die Brückenverstimmung von 200 - 500 µm/m (max. 2000 µm/m) und Dehnungen aus den Experimenten bis ca. 1000 µm/m kann davon jedoch keine Rede sein. Die Höhe der Speisespannung für die DMS beträgt bei allen Versuchen 4 V. Vor und nach jeder Messung wird die Verstimmung der Brücke gemessen, wodurch auch ein evtl. zeitliches Abgleiten festgestellt werden kann. Nach einer Warmlaufphase von einer Stunde kommt dies jedoch bei keiner Messung vor. Bei sämtlichen Messungen, selbstverständlich auch bei den Messungen bei Belastung, werden alle Meßstellen nacheinander fünfmal abgefragt, um so einen vernünftigen Mittelwert zu bekommen und um Ausreißer erkennen zu können.

Bei der Auswertung der Meßwerte bildet man für jede Meßstelle den Mittelwert $\bar{x}$ für die $i = 1, \ldots, n$ Meßdurchläufe und die Standardabweichung S'. Die Standardabweichung

$$S' = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

gibt die Streuung der Meßwerte um den Mittelwert an und ist ein Maß für die Unsicherheit der Ergebnisse. Liegt die Streuung über einem tolerierbaren, durch die Meßkette bedingten und für sie charakteristischen Maß, so wird die Messung eliminiert und wiederholt.

In einem weiteren Schritt der Auswertung, die mit einem separaten Programm auf dem Mikroprozessor ebenfalls direkt vor Ort der Messung erfolgt, werden die errechneten Mittelwerte mit dem vom Hersteller für jeden DMS angegebenen realen K-Faktor gegenüber dem in der Meßanlage fest eingestellten K-Faktor von K = 2,0 korrigiert. Dazu ist es lediglich notwendig, vor Beginn der Auswertung für alle DMS die Herstellerangaben einmal in einer Datei für jeden Meßbereich gesondert abzulegen. Die Korrektur macht meist 4 % bis 5 % des Meßwertes aus, da die K-Faktoren zwischen 2,08 und 2,1 schwanken.

Weitere Dateien beschreiben die Zuordnung der Meßstellen zu den Meßorten und ihre Lage (innen/außen) sowie die Orientierung (tangential/axial bei 90°-Gittern). Die Umrechnung der Dehnungen in Spannungen und die Aufsplittung in Membran- und Biegeanteile ist einfache Arithmetik. Der Rechnung wird ein E-Modul von 205000 N/mm² als Mittelwert für Stahl und eine Querkontraktionszahl von ν = 0,3 zugrunde gelegt.

Die Rosetten werden zunächst ebenfalls wie 90°-Gitter behandelt, was möglich ist, da es sich um 0°/45°/90°-Rosetten handelt, d.h. die Meßstelle, die dem 45°-Gitter zugeordnet ist, kann zunächst unberücksichtigt bleiben. Danach erfolgt aber, was selbstverständlich ist, die Auswertung nach den weiteren Informationen, nämlich Lage und Größe der Hauptspannungen. Die Winkel werden dabei auch unabhängig von der Orientierung der Rosetten so berechnet, daß ein Vergleich der Werte für alle Tragelemente und für Behälterinnen- und -außenseite schnell und leicht möglich ist.

7.2 Fehlerbetrachtung

7.2.1 Fehlerquellen und Fehlergröße

Jede Messung ist unabwendbar mit einem Meßfehler behaftet. Die Analyse der Fehler gestattet jedoch, diese möglichst gering zu halten und Aussagen über die Genauigkeit des Meßergebnisses zu erhalten. Vier Fehlerquellen werden unterschieden:

- Konstruktive Mängel, bei denen die apparative Ausführung von der planerischen und zeichnerischen Vorstellung abweicht.
- Fehler, die durch die verschiedenen Glieder der Meßkette selber verursacht werden.

- Fehler bei der Lasteinleitung und ihrer Messung.
- Unsicherheiten bezüglich der Materialkonstanten der verwendeten Werkstoffe.

Bei den konstruktiven Mängeln sind zwei Positionen anzuführen. Es handelt sich dabei zunächst um die zulässige Abweichung bei der Herstellung der Bleche, aus denen die Behälter hergestellt werden. Nach DIN 1543 [78] dürfen Bleche der verwendeten Dicken mehrere Zehntel-Millimeter Abweichungen von der Nenndicke besitzen. Es erstaunt deshalb nicht, daß bei den zur Messung benutzten Behältern mit einem Ultraschall-Wanddickenmeßgerät bei dem Behälter mit 6 mm Wanddicke Werte von 6,1 bis 6,3 mm gemessen werden, bei dem mit 3 mm Wanddicke Werte von 2,9 bis 3,1 mm. Da dieser Fehler zunächst unkorrigiert bleibt, ist bei der Spannungsberechnung bei dem 6 mm-Behälter mit Fehlern von 1,7 bis 5 % (Membrananteile) und 3,4 bis 10 % (Biegeanteile) als Folge des genannten Faktes zu rechnen. Bei dem 3 mm-Behälter liegen die einzukalkulierenden Fehler zwischen 3,3 % (Membrananteile) und 6,6 %. Diese Fehler erscheinen für die wichtigen Spitzenspannungen jedoch nicht mehr tolerierbar, so daß jene nachträglich mit den tatsächlich gemessenen Wanddickenwerten korrigiert werden.

Kaum zu bestimmen ist dagegen die Auswirkung, welche die durch das Aufschweißen der Tragelemente verursachte Verformung der Zarge auf die Meßergebnisse hat. Während bei der 6 mm-Zarge die Verformungen durch die Schweißeigenspannungen relativ gering sind (Abweichungen von der ungestörten Zylinderform max. 1 mm in radialer Richtung und geringe Krümmungen), treten am Behälter mit 3 mm Wanddicke auch stärkere Vorverformungen auf. In Tabelle 7-3 sind die in unmittelbarer Nähe der Tragelemente festgestellten maximalen radialen Vorverformungen aufgeführt.

Tragelement Nr.	9	10	11	12	13	14	15	16
Vorverformung in mm	allg. 1-2, max. 5	0	4-5	allg. 1-2 max. 5	0	1-2	3-4	1-2

Tabelle 7-3: Vorverformungen des Behälters mit 3 mm Wandstärke

Da bei den Abweichungen über zwei Millimeter auch merkliche Krümmungsänderungen auftreten, muß man davon ausgehen, daß an diesen Stellen die gemessenen Spannungen verändert werden, wenngleich kein konkreter Fehler genannt werden kann. Im Vergleich zu nicht vorverformten Tragelementumgebungen kann man nach den Messungen jedoch davon ausgehen, daß der Fehler nicht sehr groß sein wird (z.B. Vergleich der symme-

trisch liegenden Meßorte 9 und 6, 15/17, 22/25, 31/33; Vergleich der qualitativen Spannungsverläufe von gleichen Tragelementen an beiden Behältern).

Der Gesamtfehler der Meßkette entsteht durch Überlagerung der Einzelfehler:

DMS	-	Meßgitterlänge
	-	Materialeigenschaften (Widerstand, K-Faktor)
	-	Querdehnungsempfindlichkeit
	-	Applikation (Kleber, Winkelfehler)
	-	Äußere Bedingungen (Temperatur, Temperaturänderung im Laufe der Messung, Druck)
Zuleitungen	-	zusätzlicher Widerstand
	-	Widerstandsänderung durch Temperatureinfluß
Ergänzungsschaltung	-	Linearitätsabweichung der Wheatstoneschen Brücke
	-	Nebenschluß des DMS (Isolationswiderstand)
	-	Temperaturgang der Schaltung
Speisespannung	-	Konstanz und absoluter Wert
Verstärker	-	Linearität
	-	Nullpunktstabilität
Digitalanzeige	-	AD-Wandler
	-	Anzeige

Für eine Fehlerbetrachtung ist es notwendig, die einzelnen Fehler zu quantifizieren. Bei den Dehnungsmeßstreifen kann bereits eine falsche Auswahl des DMS zu großen Fehlern bezüglich des Meßergebnisses führen. Oft wird nur berücksichtigt, daß der Werkstoff des zu untersuchenden Teiles, die Temperatur, der Druck und die umgebenden Medien eine Rolle spielen. Während diese Größen nach den Angaben der DMS-Hersteller meist zu einer zutreffenden DMS-Wahl (und des passenden Klebers) führen, besitzt ein weiterer erst im Versuch bestimmbarer Parameter Bedeutung, nämlich die Größe des Spannungsgradienten. Da das Signal des DMS, wie in Abb. 7-2 gezeigt (nach [75]), stets eine Mittelung des über die aktive Gitterlänge variierenden Spannungsverlaufes wiedergibt, erhält man durch die Wahl einer zu großen Gitterlänge bei starken Spannungsgradienten zu niedrige Meßwerte. Bei den verwendeten DMS mit 5 mm Gitterlänge ist im Umfeld der Tragelemente mit einem Fehler von ca. $\pm$ 5 % zu rechnen, den man aus den Verläufen der gemessenen Spannungen bzw. Dehnungen entnehmen kann. Im Bereich der Schweißnähte steigt der Fehler stark an, wie an weiteren Messungen mit 1 mm-Gitterlänge gezeigt werden kann. An den kritischen Stellen (s.a. Kap. 8.1) erreicht er sogar die Größenordnungen 10 % bis 20 %. Am Ende eines 5 mm-DMS liegt die

mit 1 mm-DMS ermittelte Spannung also real um 10 % bis 20 % höher. Da dieser Effekt für die genannten Stellen jedoch bekannt ist und im vorliegenden Fall durch die zusätzlichen Messungen bestimmt wird, soll in die Fehlerrechnung nur der Unsicherheitswert von 5 % für das Umfeld eingesetzt werden.

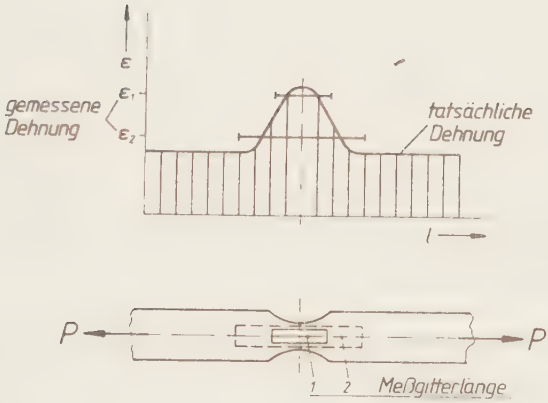


Abb. 7-2: Einfluß der Meßgitterlänge auf das Meßergebnis

Die Materialeigenschaften wie Ohmscher Widerstand und K-Faktor sind dagegen schon von der Herstellung mit einer Unsicherheit behaftet, deren Wert vom Hersteller angegeben wird und nicht nachprüfbar ist. Die Querdehnungsempfindlichkeit ist im allgemeinen gering [75], jedoch muß mit einem Fehler von 1 bis 2 % gerechnet werden.

[illegible] mit am schwierigsten zu erfassen, da sie nicht direkt [illegible] erscheinen. Erfahrungen [illegible] zeigen, daß auch bei besten Voraussetzungen im Labor von erfahrenen Leuten Abweichungen von 2 bis 3 % [illegible], daß im Meßfeld aber auch bei sorgfältiger Arbeit mit einem Mindestfehler von 3 bis 5 % zu rechnen ist.

Bei den [illegible] Druck- und Temperaturbedingungen kann man hingegen davon ausgehen, daß die äußeren Bedingungen zu keinem oder einem minimalen Fehler führen. So ruft z.B. erst ein Druck von p = 100 bar eine scheinbare Dehnung von 5 - 10 µm/m [illegible]. Temperatureinflüsse können insgesamt ausgeschlossen werden, da bei Raumtemperatur gemessen wird und keine Temperaturänderungen auftreten.

Der Fehler durch die Zuleitungen ist sehr klein, da keine Widerstandsänderung auftritt und der zusätzliche Widerstand im mΩ -Bereich liegt. Genauso vernachlässigbar ist unter den gegebenen Bedingungen der Fehler aus der Ergänzungsschaltung, da der Isolationswiderstand mit 10^9 Ω so hoch ist, daß er für Präzisionsmessungen ausreichen würde, und eine Linearitätsabweichung der Wheatstone'schen Brücke bei den gegebenen Dehnungen minimal sein wird. Die Speisespannungsquelle für die Brücke wird meist nicht in eine Fehlerbetrachtung einbezogen und die Stabilität ist auch mit Messungen bestätigt. Der absolute Wert liegt jedoch bei 4,06 V statt der angegebenen und für die Rechnung benutzten 4,00 V, was eine Abweichung von 1,5 % bedeutet. Dieser Fehler ist aber nachträglich korrigierbar.

Unter Gleichspannungsverstärker besitzen eine hohe Güte und Konstanz der Werte. Da genaue Zahlen für den in der Vielstellenmeßanlage verwendeten Verstärker nicht vorliegen, wurden charakteristische Werte entsprechender Produkte für die Fehlerbetrachtung herangezogen. Sie liegen bei 0,1 % (max.) für die Linearität und 0,5 % (max.) für Stabilität und Abweichung vom Verstärkungsfaktor.

Die Fehlerbetrachtung von Digitalanzeigen wird häufig mit 0,1 % ± 1 Digit angegeben. Bei kleinen Dehnungen bis 100 µm bedeutet dabei 1 Digit bei der vorliegenden Meßanordnung 1 % Fehler, bei höheren Dehnungen entsprechend weniger.

Weitere Fehler treten, wie ausgeführt, durch die Kraft- bzw. Momenteneinleitung in den Behälter auf. Es stellen dies zunächst Meßunsicherheiten bei der Festlegung des vorgesehenen Hebelarms und dessen Einhaltung beim Versuch dar. Beide Fehler werden auf 0,5 mm geschätzt, was bei einem Hebelarm von 80 mm jeweils einen Fehler von 0,6 % bedeutet. Eine andere Fehlerquelle stellt die Messung der eingeleiteten Kraft [illegible] die Speisespannungsquelle und das hochgenaue Digitalvoltmeter (Typ [illegible] der Firma [illegible]) nach der Wärmeaufphase einen vernachlässigbaren Feh-

ler liefern, ist die mögliche Abweichung der Kraftmeßdose mit 0,04 % laut Herstellerangabe zu berücksichtigen. Die Kraft selber kann mit der vorhandenen Hydraulik über die Versuchsdauer mit höchstens 0,5 % Abweichung konstant gehalten werden.

[illegible]

bei Stahl ziemlich sicher bei 0,3 liegt, kann der E-Modul von Stahl durchaus zwischen 200000 N/mm² und 210000 N/mm² schwanken, was einen möglichen Fehler von 2,5 % bei einem Mittelwert von 205000 N/mm² bedeutet, wie er für die Rechnung herangezogen wird.

[illegible]

chen Fehlern zu rechnen:

Konstruktive Mängel			
Wanddickenunter- oder Überschreitung	:	4 . . . 10 %	(korrigierbar)
Abweichungen von der Zylinderform	:	?	(Einfluß sehr wahrscheinlich gering)
Meßkette			
DMS - Gitterlänge	:	5 %	
- Widerstand	:	0,4 . . . 0,6 %	(Herstellerangabe, Nachmessungen innerhalb dieser Grenzen)
- Faktor	:	1 %	
- Querdehnungsempfindlichkeit	:	1 . . . 2 %	
- Applikation	:	3 . . . 5 %	
Speisespannung	:	1,5 %	(korrigierbar)
Verstärker	:	0,6 %	
Anzeige	:	0,2 . . . 1,1 %	(Bereich 1000 µm . . . 100 µm)
Lasteinleitung			
Hebelarm	:	1,2 %	
Kraftmeßdose	:	0,04 %	
Hydraulik	:	0,5 %	
Materialkonstanten			
E-Modul	:	2,5 %	
Quadratischer Mittelwert:		7,9 % . . . 12,9 %	(korrigierbare Fehler eingeschlossen)
		6,7 % . . . 8,1 %	(ohne korrigierbare Fehler)

Nach den Regeln der Fehlergrenzenfortpflanzung (s. z.B. [80]), ermittelt man einen wahrscheinlichen Gesamtfehler als Wurzel aus der Summe der quadrierten Einzelfehler. Dies ist sinnvoll, da sich die Einzelfehler entweder zum Teil gegenseitig aufheben können oder aber nicht mit ihrem jeweils vollen Wert auftreten. Korrigiert man die Wanddickenschwankungen und die Abweichung der Speisespannungsgröße nicht, so erhält man einen mittleren quadratischen Fehler zwischen 7,9 % und 12,9 %, führt man die möglichen Korrekturen richtig durch, reduziert er sich auf 6,7 % bis 8,1 % nach diesen Betrachtungen.

7.2.2 Fehlerwertung und Reproduzierbarkeit der Messungen

Der im vorangehenden Kapitel ermittelte mittlere Fehler von ca. 7 bis 13 % entspricht den Erfahrungen über Fehlergrößen, die bei DMS-Einsatz als realistisch anzusehen sind. Auch unter guten Laborbedingungen werden Fehler unter 5 % als nicht erreichbar angesehen [79], ja es gibt sogar Autoren, die Fehlergrenzen kleiner 5 % als unglaubwürdig und unterhalb 10 % als zweifelhaft betrachten (nach einer Literaturstelle [81] in [79]).Haberzettl [79] warnt aber gleichzeitig vor der "Fünf-Prozent-sind-genug-Mentalität", d.h. vor der Meinung, man brauche sich über die möglichen Fehlerquellen und ihre Auswirkungen keine großen Gedanken machen. Wie gezeigt, erreicht man selbst bei relativ günstigen Versuchsbedingungen (statisch, Umgebungstemperatur, Labor) und Berücksichtigung korrigierbarer Faktoren mit einem normalen Versuchsaufbau keine besseren Werte.

In Untersuchungen an Biegebalken [82] mit derselben wie bei den hier durchgeführten Versuchen benutzten Vielstellenmeßanlage werden Ergebnisse erzielt, die immer in den angegebenen Fehlergrenzen liegen. Die Messungen liefern Fehler gegenüber dem genauen rechnerischen Wert im Mittel von 2 %, bei kleineren Dehnungen (< 250 µm/m) bis 5 %. Dabei sind alle korrigierbaren Fehler korrigiert und es kann angenommen werden, daß die Applikation am Arbeitsplatz sauberer erfolgen kann als z.B. unter beengten Verhältnissen im Behälterinneren. Dennoch sind Fehler unter 5 % fast immer ein glücklicher Zufall und auf die gegenseitige Auslöschung einzelner Fehler zurückzuführen!

Die Reproduzierbarkeit der Messungen ist durch Wiederholungsmessungen sichergestellt, wobei die Durchführung auch von verschiedenen Personen erfolgte. Die Schwankungen zwischen den Meßergebnissen liegen bei Spannungen größer als 100 N/mm² meist bei 1 bis 2 %, immer jedoch unter 5 %. Diese Werte wurden auch erzielt, wenn die Messungen 12 Monate auseinanderlagen. Für Spannungen kleiner 100 N/mm² sind die Schwankungen größer, unter 10 N/mm² sind keine sicheren Aussagen über einen genauen Meßwert mehr möglich. Im allgemeinen läßt sich bei den Versuchen eine Streuung der Meßergeb-

nisse um maximal ± 5 N/mm² beobachten. Dies entspricht auch den oben angegebenen Fehlern von 2 bis 5 %, die die zufälligen Fehler bei den Messungen darstellen.

Betrachtet man die im Kapitel 7.1 zusammengestellten wichtigen Fehlergrößen und unterscheidet sie nach möglichen zufälligen und systematischen Fehlern, so stellt man fest, daß die systematischen Fehler überwiegen. Da bereits mit einem zufälligen Fehler in der Größenordnung von 2 bis 5 % zu rechnen ist, sind die theoretisch ermittelten 8 - 13 % für den Gesamtfehler bei den durchgeführten Messungen als realistisch anzusehen. Für Spannungen kleiner 100 N/mm² sind größere Fehler anzunehmen, da die zufälligen Fehler stärker Einfluß nehmen.

8. Versuchsergebnisse und Bewertung

Die Darstellung des durch die Messungen erhaltenen umfangreichen Datenmaterials mit möglichst wenig Informationsverlusten führt zu Schwierigkeiten. Da nicht alle Werte graphisch dargestellt werden können, wird für jeden Meßbereich ein charakteristischer Ausdruck mit den ausgewerteten Spannungsanteilen einer Messung mit 5 mm-DMS tabellarisch wiedergegeben. Daneben werden die Meßwerte im Vergleich mit den errechneten Werten für ausgewählte, interessante Meßachsen gezeichnet, wobei auch die Berücksichtigung der mit 1 mm-DMS gewonnenen Daten erfolgt.

Die Tabellen mit den Meßergebnissen sind im Anhang (Kap. 12) zusammengefaßt. So stellen die Tabellen 12-1 bis 12-8 die Ergebnisse für die Einleitung eines Biegemomentes in Zylinderlängsrichtung dar. Im Bildkopf (Überschrift) ist angegeben, um welchen Meßbereich es sich handelt. Tabelle 12-1 gilt demnach für den Meßbereich 1/5, d.h. für die Tragelemente Nr. 1 und 5 am Behälter mit 6 mm Wandstärke (s. dazu auch Tab. 6-3). Das jeweils wirkende Moment ist eingetragen, dabei bedeutet M_1 das Moment für Tragelement 1, M_2 das für Tragelement 2, und so fort.

In den Tabellen ist eine Korrektur der K-Faktoren bereits enthalten. Von den Meßorten, die 0°/45°/90°-Rosetten enthalten, sind nur die 0°- und 90°-Gitter berücksichtigt (tangential und axial). Auf eine Wiedergabe der kompletten Rosetten-Auswertung wird verzichtet, da im Verhältnis wenig neue Informationen daraus zu entnehmen sind.

Die Abbildungen 8-1 bis 8-10 geben den örtlichen Verlauf der Spannungen analog den Meßergebnissen (Tabellen 12-1 bis 12-8) und den durchgeführten Rechnungen wieder. In der linken Bildhälfte sind die Umfangs- und Längsspannungen auf der Außenseite des Behälters dargestellt, in der rechten die auf der Innenseite. Die Lage der eingezeichneten Meßorte ist in Übereinstimmung mit den Meßstellenplänen (s. Abb. 6-15 bis 6-19). Zur besseren Überschaubarkeit ist jeweils unter der Abszisse der Bereich des Tragelementes schematisch angedeutet. Auf weitere Koordinatenangaben wird verzichtet, da sich diese jederzeit aus den Meßstellenplänen rekonstruieren lassen. Die gezeichneten und ausgedruckten Meßwerte können sich geringfügig unterscheiden, da bei der graphischen Wiedergabe mehrere Messungen zu einem Mittelwert zusammengezogen wurden.

Desgleichen sind in den Tabellen 12-9 bis 12-16 die ausgewerteten Spannungen für die Innendruckbelastung für alle Meßbereiche wiedergegeben und in den Abbildungen 8-11 bis 8-14 für einige Messungen dargestellt. Die Form der Darstellung ist identisch mit der für die Momenteneinleitung beschriebenen. Aus den Versuchen "Innendruck + Einleitung eines Momentes" werden die Ergebnisse für ein Beispiel erläutert (Tabelle 12-17).

8.1 Einleitung eines Biegemomentes - Versuchsergebnisse und rechnerischer Vergleich

8.1.1 Tragpratzen ohne Verstärkungsblech

Die Abbildungen 8-1 bis 8-4 enthalten Kurvenverläufe der Messungen und Rechnungen für Tragpratzen ohne Verstärkungsbleche. Die Orte der höchsten Spannungen liegen bei diesem Tragelementtyp überwiegend bei den Meßorten 7 und 14 (Elemente in Behältermitte), respektive 23 und 30 (Elemente am Behälterrand), was entsprechende Orte jeweils am Ende der Stege bzw. der Auflage bedeutet. Die Spannungsverläufe zeichnen sich durch sehr große Gradienten aus. Dies wird in den Abbildungen besonders in der Nähe der Meßorte 12 und 15 deutlich, wo die Diskontinuität in Form der Auflage den Spannungsverlauf entlang der Meßorte 1 bis 12 und 19 bis 15 unterbricht.

Die Spannungen sind durchwegs am Ende der Auflage (Meßorte 14 und 30) größer als an den Stegenden (Meßorte 7 und 23). Durch die Messungen mit den Rosetten an den Meßorten 14 und 30 wird deutlich, daß die Hauptspannungen erwartungsgemäß fast senkrecht und parallel zu den Blechkanten laufen.

Die Messungen mit den 1 mm-DMS bestätigen die hohen Gradienten der Spannungsfelder in unmittelbarer Nähe der Tragelemente. Tabelle 8-1 gibt die an den Tragelementen Nr. 5 und 13 gewonnenen Informationen wieder. Gemessen wurde jeweils auf der Behälteraußenseite (s. dazu auch Kap. 6.4). In der Tabelle sind unter a) die mit 5 mm-DMS ermittelten Spannungswerte aufgeführt (jeweils am Meßort 15). In den Zeilen b) und c) stehen die mit zwei 1 mm-DMS gemessenen Werte und ihr Mittelwert. Die Meßorte liegen dabei jeweils an den Enden des ursprünglich an dieser Stelle befindlichen und wieder entfernten axialen 5 mm-Gitters des Meßortes 15. In Spalte d) sind die direkt an der Schweißnaht ermittelten Werte wiedergegeben. Der Meßort dieses DMS liegt jeweils 1 mm vor der Schweißnaht auf der Verlängerung der Meßorte 19-18-15.

Man erkennt den Anstieg der Werte sowohl über die Meßgitterlänge des ursprünglichen Meßortes 15 wie auch zur Schweißnaht hin. Die Zunahme gegenüber den mit 5 mm-DMS im Spannungsfeld ermittelten Werte beträgt bis zu 44 % für σ_φ und 87 % für σ_z. Die Ergebnisse werden durch die unter der Spalte b) angeführten Messungen am Meßort 15 anstelle des ursprünglich geklebten 5 mm-DMS bestätigt. Ihre Mittelwerte weichen weniger als 4 % vom zunächst ermittelten Wert ab, was für eine Wiederholungsklebung als ausgezeichneter Wert gelten kann.

Element Nr.	Belastung M/Nm	$\sigma_{\varphi,\text{außen}}$/ N/mm²	$\sigma_{z,\text{außen}}$/ N/mm²	
5	1950	123	108	a) 5 mm-DMS am Meßort 15
		120 136	104 124	b) 1 mm-DMS am ursprünglichen Meßort 15
		128	114	c) Mittelwert aus b)
		153	150	d) 1 mm-DMS an der Schweißnaht
13	775	151	125	a) wie oben
		135 163	100 142	b) wie oben
		149	121	c) wie oben
		215	226	d) wie oben

Tabelle 8-1: Messungen mit 1 mm DMS an Tragpratzen ohne Verstärkungsblech

Der rechnerische Vergleich erfolgt mit dem Lastmodell 4b), das gegenüber dem Modell 4a) um 10 % bis 20 % kleinere Spannungen liefert, deren Verlauf den Realitäten zudem eher entsprechen. Die rechnerischen Spannungsmaxima befinden sich in allen betrachteten Fällen noch innerhalb des Lastfeldes, d.h. unter dem Tragelement. Dieser Fall tritt allerdings - wie durch eigene zusätzliche Messungen bestätigt wurde - in der Praxis nicht auf. Durch das Nichterfassen des Steifigkeitssprunges der Struktur Zylinder/Tragelement kann aber diese örtliche Diskrepanz nicht vermieden werden.

Eine Berücksichtigung des gleichzeitig mit der Biegung auftretenden axialen Schubes (Lastmodell 7) erfolgt in den Rechenergebnissen nicht, da er gegenüber der Biegebeanspruchung vernachlässigbar kleine Ergebnisse liefert. Dies trifft sowohl für Tragpratzen mit und ohne Verstärkung wie auch für Tragzapfen zu.

Wie den Abbildungen 8-1 bis 8-4 zu entnehmen ist, stimmen Rechnung und experimentelle Ergebnisse gut überein. In den Abbildungen 8-1 und 8-3 sind am Meßort 15 die auf der Behälteraußenseite mit 1 mm-DMS gewonnenen Meßwerte ebenfalls eingetragen. Man erkennt, daß die Rechnung auch diesen Spannungsanstieg genau wiedergibt. Die gemessenen Spannungsverläufe entlang des Steges (Meßorte 12/11/10/6/3/1) lassen sich ebenfalls realistisch nachvollziehen. Die leichten örtlichen Verschiebungen der verschiedenen Spannungsmaxima in der Längsrichtung des Zylinders und die starke Änderung der Werte am Ende der Stege führen lediglich dazu, daß bei der Wiedergabe der Spannungen in Abhängigkeit vom Umfang (s. Abb. 8-2) die Werte nicht so nahe beieinander liegen.

Wie man den Kurvenverläufen in den Abbildungen oder auch dem Zahlenmaterial entnehmen kann, andern sich die Werte der Membranspannungen über wenige Millimeter nur wenig. Man kann deshalb davon ausgehen, daß die starken Spannungsanstiege in unmittelbarer Nähe der Tragelemente durch die Biegespannungsanteile bewirkt werden. Man befindet sich damit auch in Übereinstimmung mit der Vorstellung, daß bei der vorliegenden Pratzenform durch die den Zylinder stark versteifenden Bleche große Verformungsbehinderungen und damit Biegeeffekte auftreten. Dies ist für die Bewertung der Spannungen (s. Kap. 8.4) wichtig zu wissen. Die Membranspannungen stimmen zwischen Theorie und Messung im übrigen gut überein. Die Abweichungen betragen bei einer Ausnahme (24 %) lediglich 6 % bis 15 %, was im Bereich der Meßgenauigkeit liegt. Insgesamt liegen die mit dem Programm LOKA15 errechneten maximalen Spannungen ca. 30 % über den gemessenen Spannungsspitzen.

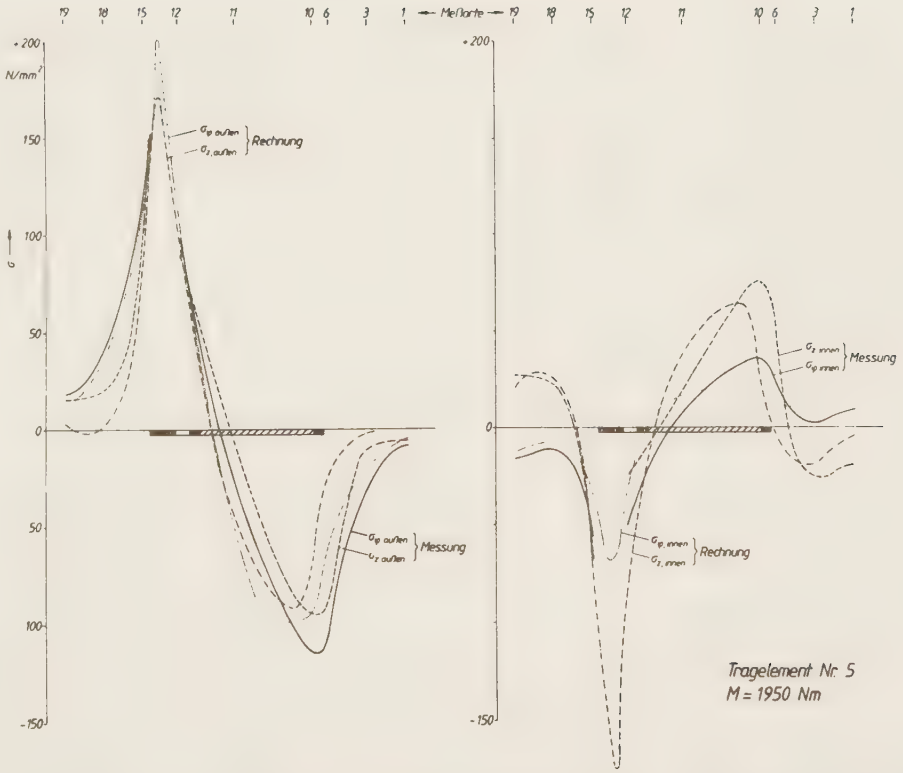


Abb. 8-1: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 5 (Tragpratze ohne Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

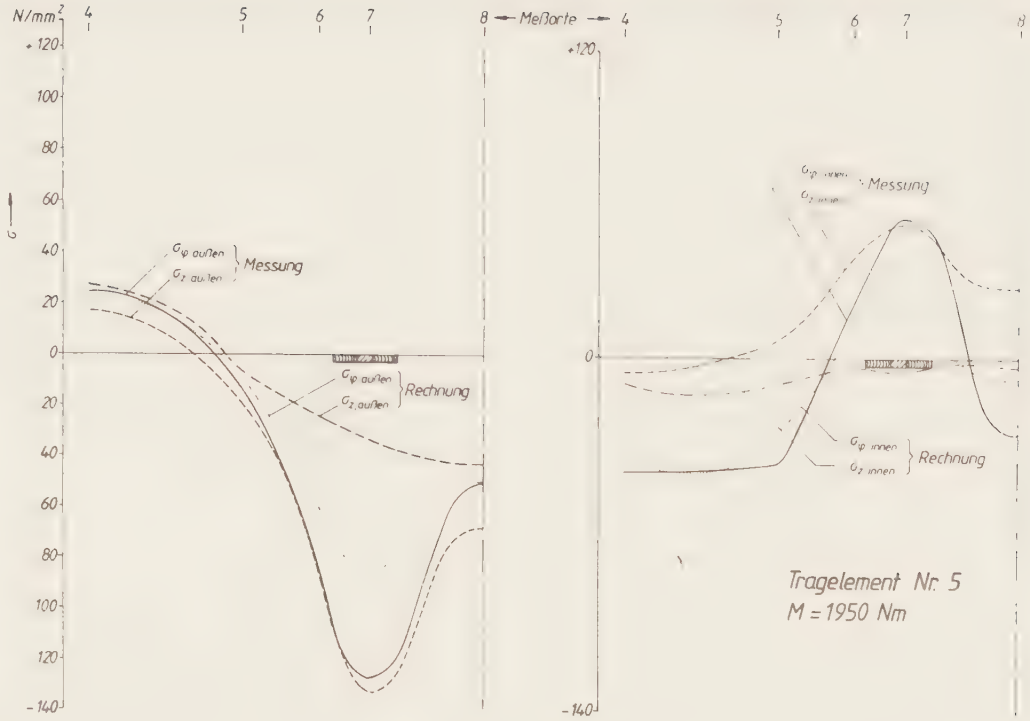


Abb. 8-2: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 5 (Tragpratze ohne Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

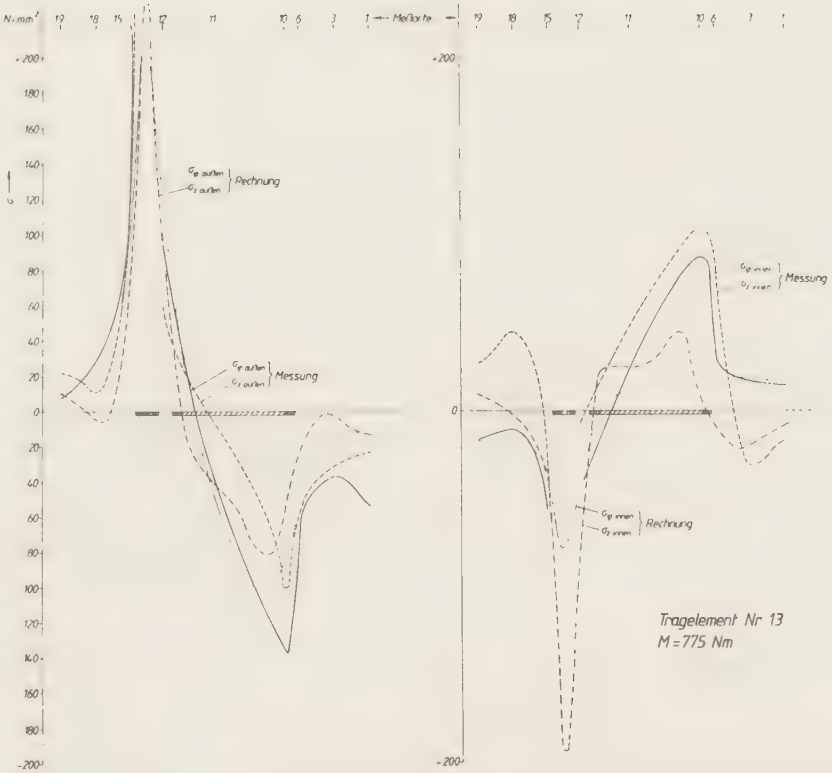


Abb. 8-3: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 13 (Tragpratze ohne Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

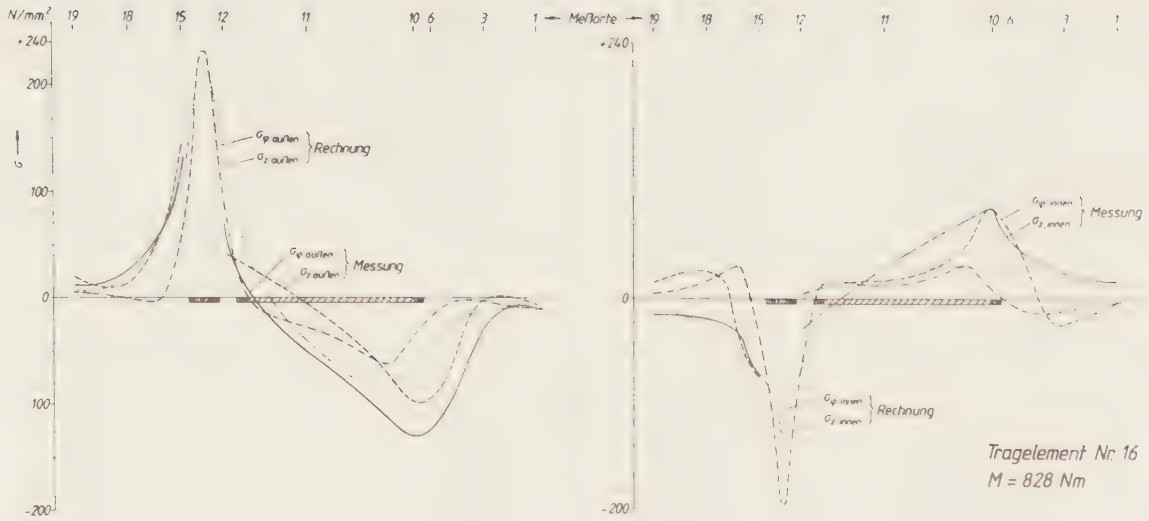


Abb. 8-4: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 16 (Tragpratze ohne Verstärkung) bei Biegemomentenbeanspruchung

8.1.2 Tragpratzen mit Verstärkungsblech

Einige charakteristische Kurvenverläufe von Pratzen der Form A sind in den Abbildungen 8-5 bis 8-9 wiedergegeben. Die absolut größten Spannungen treten stets auf der Zugseite der Pratze auf (Zugseite : Moment bewirkt Verformung des Behälters nach außen). Wie bereits Reißlackversuche gezeigt hatten, treten diese Spannungen an den Ecken der Verstärkung auf, d.h. an den Meßorten mit den Nummern 12 und 14, bzw. 30. Auf der Druckseite liegen die Spannungsmaxima bis auf eine Ausnahme stets in der Mitte des Verstärkungsbleches (Meßorte 8 bzw. 24).

Es fällt auf, daß die Spannungen auf der Druckseite im Schnitt nur halb so groß sind wie auf der Zugseite. Eine Ausnahme bildet nur die Axialspannung in der Mitte der Pratze, die meist die gleiche Größenordnung wie die Axialspannung der Meßorte 12, 14 oder 30 erreicht. Das Auftreten kleinerer Spannungen auf der Druckseite kann erklärt werden mit der Art der Krafteinleitung. Während auf der Zugseite die eingeleiteten Kräfte nur über die Schweißnähte in die Schale weitergeleitet werden können, kann auf der Druckseite auch über das Verstärkungsblech selber die Krafteinleitung erfolgen (Kontaktproblem). Es ist deshalb verständlich, daß bei dieser besser verteilten Belastung geringere Spannungen gemessen werden.

Das Lastmodell trifft diese Unterscheidung nicht und liefert deshalb zur Lastfeldmitte punktsymmetrische Spannungsverläufe. Die in den Abbildungen 8-5, 8-6, 8-8 und 8-9 eingetragenen Rechenwerte gelten für die Achse $\varphi = 0$ (entspricht der Mitte des Lastfeldes in Umfangsrichtung), werden aber den am Rande des Lastfeldes gemessenen Werten gegenübergestellt. Das relativ einfache Lastmodell 1) kann den durch Pflastereffekt hervorgerufenen Steifigkeitssprung nicht wiedergeben, wie auch gut in Abbildung 8-7 zu sehen ist. Die errechneten Spannungen klingen dort von der Lastfeldmitte in Umfangsrichtung ab, während die Meßwerte erst am Rande des Verstärkungsbleches abfallen. Über den genauen Verlauf der experimentellen Werte zwischen den Meßorten 15 und 16 läßt sich wegen nicht vorhandener Meßpunkte keine genaue Aussage treffen, so daß die eingetragenen Kurven - wie zwischen allen weiter auseinanderliegenden Meßpunkten - der Vorstellung entspringen.

Wie bei den Tragpratzen ohne Verstärkungsblech zeigen die Messungen mit 1 mm-DMS einen starken Spannungsanstieg auf den letzten 10 mm vor der Schweißnaht. Die am Tragelement Nr. 14 gemessenen Werte sind in Tabelle 8-2 wiedergegeben.

Belastung M/Nr.	$\sigma_{\varphi,\text{außen}}$ / N/mm²	$\sigma_{z,\text{außen}}$ / N/mm²	
1162	138	129	a) 5 mm-DMS am Meßort 15
	134 152	115 150	b) 1 mm-DMS am ursprünglichen Meßort 15
	143	133	c) Mittelwert aus b)
	191	224	d) 1 mm-DMS an der Schweißnaht

Tabelle 8-2: Messungen mit DMS von 1 mm Gitterlänge am Tragelement Nr. 14

In Abb. 8-5 sind die mit 1 mm-DMS gewonnenen Werte, obwohl nicht genau auf der Achse der Meßorte 18/12/11 liegend, eingezeichnet (△ für σ_z, O für σ_φ). Sie verdeutlichen den Spannungsgradienten, der die Veranlassung war, die Meßkurven für die Spannungen auf der Außenseite im Meßort 12 nicht zu schließen. Die Meßwerte des Meßortes 12 sind deshalb ausnahmsweise direkt mit Symbolen eingetragen. (x für σ_z, □ für σ_φ).

Man entnimmt der Tab. 8-2, daß die Spannungen an der Schweißnaht demnach 40 % bis 70 % höher liegen können als einige Millimeter davon entfernt. Genau die gleichen Ergebnisse wurden für Trägerpratzen der Form B (ohne Verstärkungsblech) ermittelt! Damit stehen ausreichende Daten über das Aussehen des Spannungsfeldes in unmittelbarer Nähe der Tragelemente zur Verfügung, so daß weitere Messungen dazu nicht erforderlich sind.

Ein Unterschied der Meßergebnisse zwischen den Tragelementen Nr. 14 und 15, die mit verschieden dicken Verstärkungsblechen ausgeführt wurden (4 mm bzw. 3 mm), ist nicht zu vermerken. Umgerechnet auf gleiche Belastungen liegen die Differenzen der gemessenen Spannungen im Fehlerbereich der Messungen.

Der rechnerische Vergleich mit den gemessenen Werten kann bei diesen Beispielen neben dem Programm LOKA15 auch mit den Angaben nach Wichman, Hopper und Mershon [12] erfolgen, deren Kurventafel für diesen Lastfall auch in das AD-Merkblatt S3/4 [16] übernommen wurden. In Tabelle 8-3 sind die maximalen gemessenen und nach den verschiedenen Verfahren errechneten Spannungen für die drei gezeigten Beispiele aufgeführt.

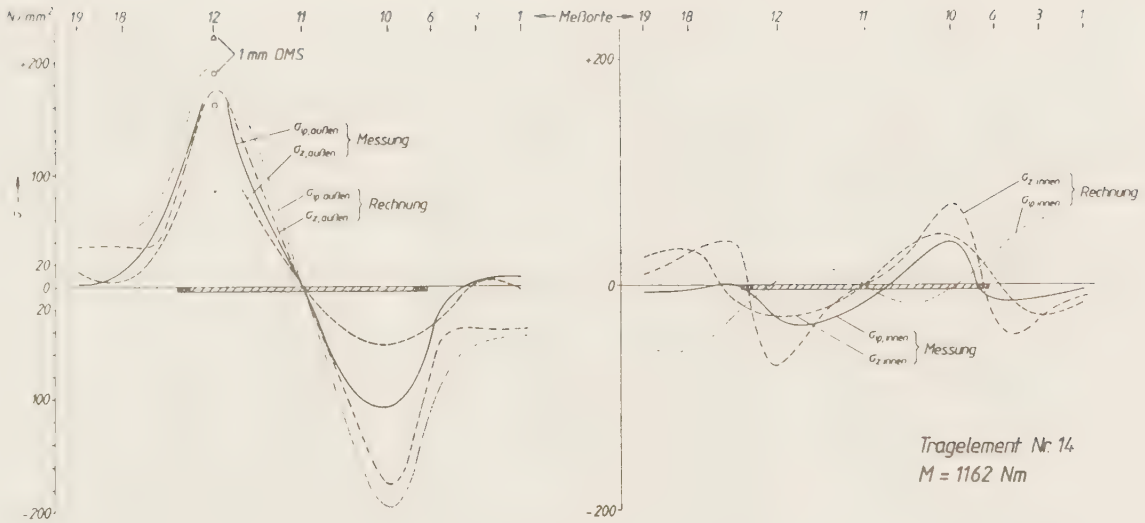


Abb. 8-5: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 14 (Tragpratze mit Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

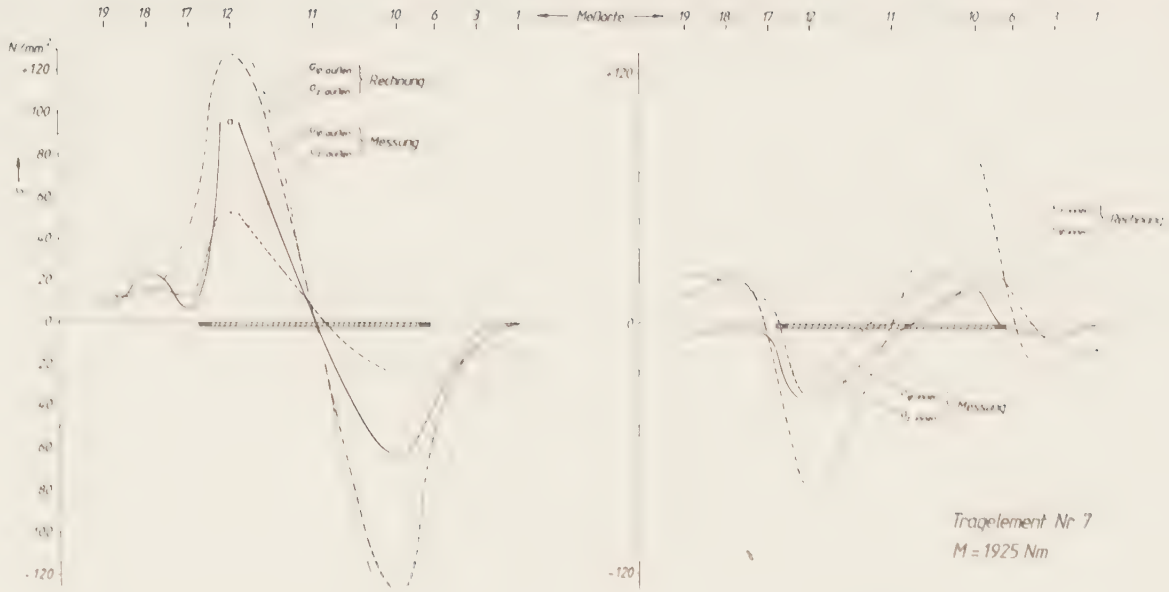


Abb. 8-6: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 7 (Tragprat e mit Verstärkung) bei Biegemomentenbelastung

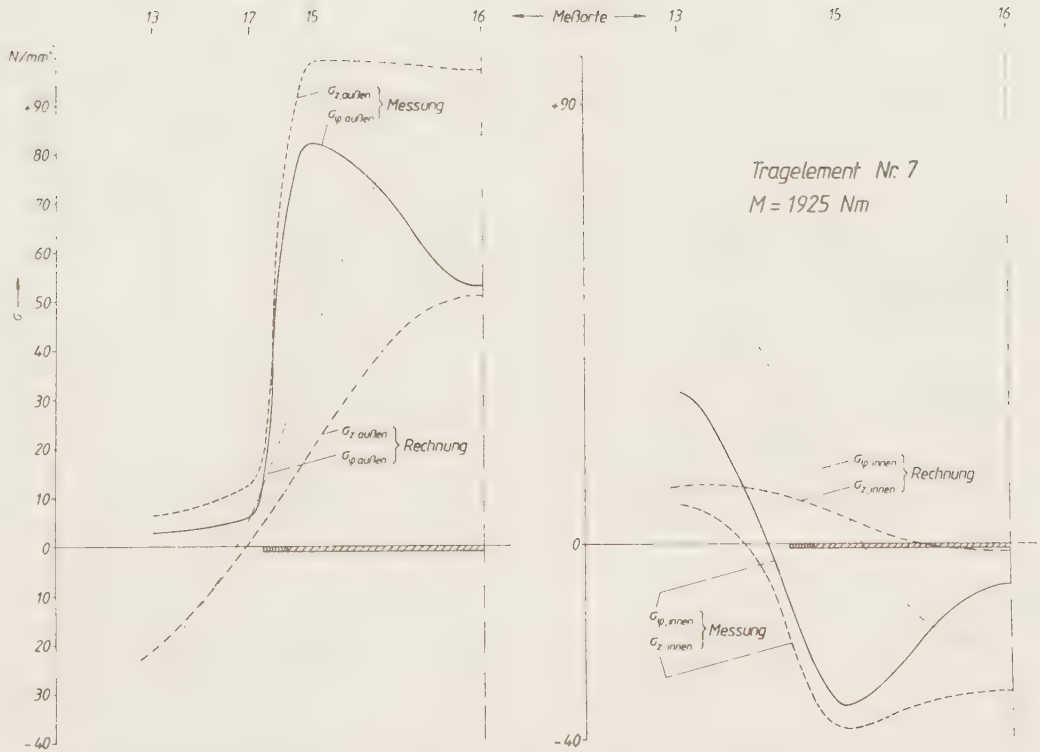


Abb. 8-7: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 7 (Tragpratze mit Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

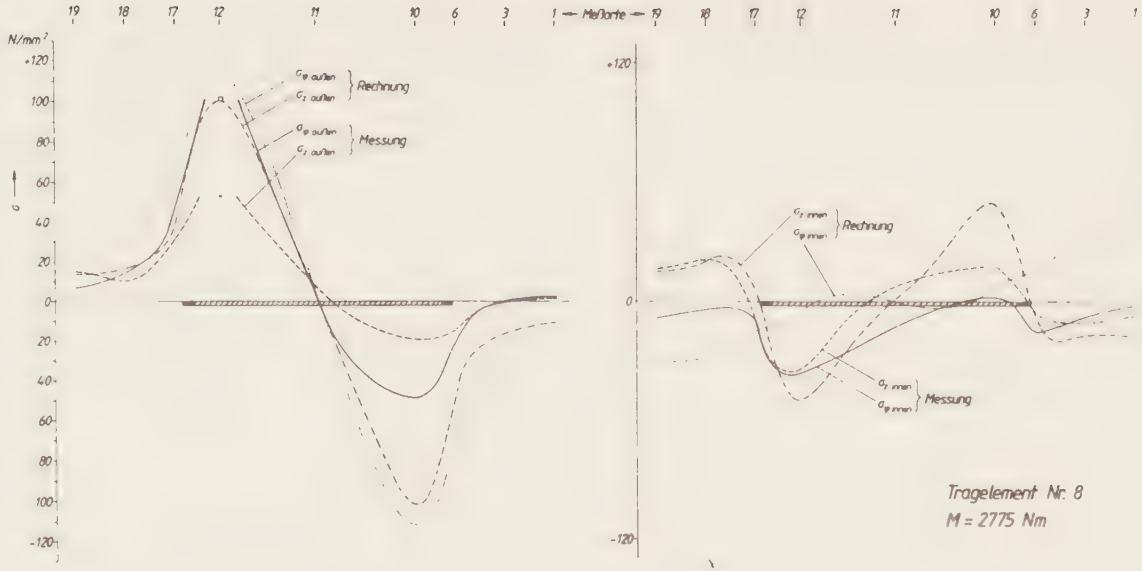


Abb. 8-8: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 8 (Tragpratze mit Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

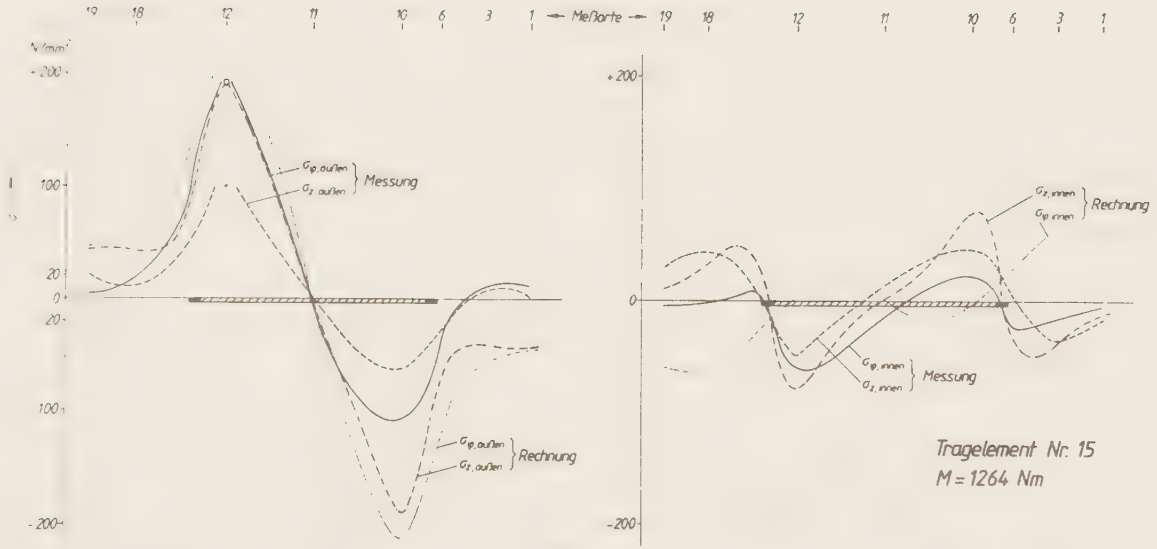


Abb. 8-9: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 15 (Tragpratze mit Verstärkung) bei Biegemomenteneinleitung

Spannung	Element Nr.	Belastung M/Nm	Messung (5mm-DMS)	LOKA15	AD S3/4 (alias W/H/M)
$\sigma_{\varphi,\text{innen}}$	7	1925	- 38	- 17	- 8
$\sigma_{z,\text{innen}}$			- 45	- 77	- 56
$\sigma_{\varphi,\text{außen}}$			102	131	110
$\sigma_{z,\text{außen}}$			85	124	96
$\sigma_{\varphi,\text{innen}}$	8	2775	- 37	- 6	- 8
$\sigma_{z,\text{innen}}$			- 36	- 51	- 55
$\sigma_{\varphi,\text{außen}}$			103	114	100
$\sigma_{z,\text{außen}}$			52	103	97
$\sigma_{\varphi,\text{innen}}$	15	1264	- 67	- 2	- 9
$\sigma_{z,\text{innen}}$			- 52	- 79	- 86
$\sigma_{\varphi,\text{außen}}$			192	214	190
$\sigma_{z,\text{außen}}$			101	191	168

Tabelle 8-3: Vergleich gemessener und errechneter maximaler Spannungen (alle Spannungen in N/mm²)

Zu bemerken ist die weitgehende Übereinstimmung der Werte nach Wichman, Hopper und Mershon (bzw. AD-Merkblatt S3/4) und LOKA15. Dies ist auch nicht anders zu erwarten, da die Änderung der Bijlaardschen Originalwerte durch experimentelle Überprüfung in dem betrachteten Parameterbereich von γ gering ausfiel. Dennoch fällt auf, daß jetzt die rechnerischen Werte durchwegs größer sind als nach [12, 16]. Durch den starken Spannungsgradienten ergeben sich maximale Spannungen aus den Versuchsergebnissen, die noch ca. 10 bis 25 % über den nach LOKA15 errechneten liegen. Gemessen an dem einfachen Lastmodell erscheint das eine akzeptable Näherung.

8.1.3 Tragzapfen

Die Ergebnisse für einen Tragzapfen am 6 mm starken Behälter geben Tabelle 8-4 und Abbildung 8-10 wieder. Die in der Abbildung dargestellten Rechenwerte wurden mit dem Lastmodell 1) analog wie bei Pratzen mit Verstärkungsblech für die Mittellinie des Lastfeldes ($\varphi = 0$) ermittelt und den gemessenen Werten für die Achse der Meßorte 1 - 19 gegenübergestellt.

Die Messung der Maximalspannung erfolgte am Meßort 16, also ebenfalls auf der Mittellinie des Lastfeldes. Der Unterschied zu dem errechneten Maximum fällt besonders für die Spannungen auf der Innenseite des Behälters auf. Befriedigen kann auch der Vergleich der maximalen Werte auf der Außenseite nicht. Legt man Spannungsgradienten

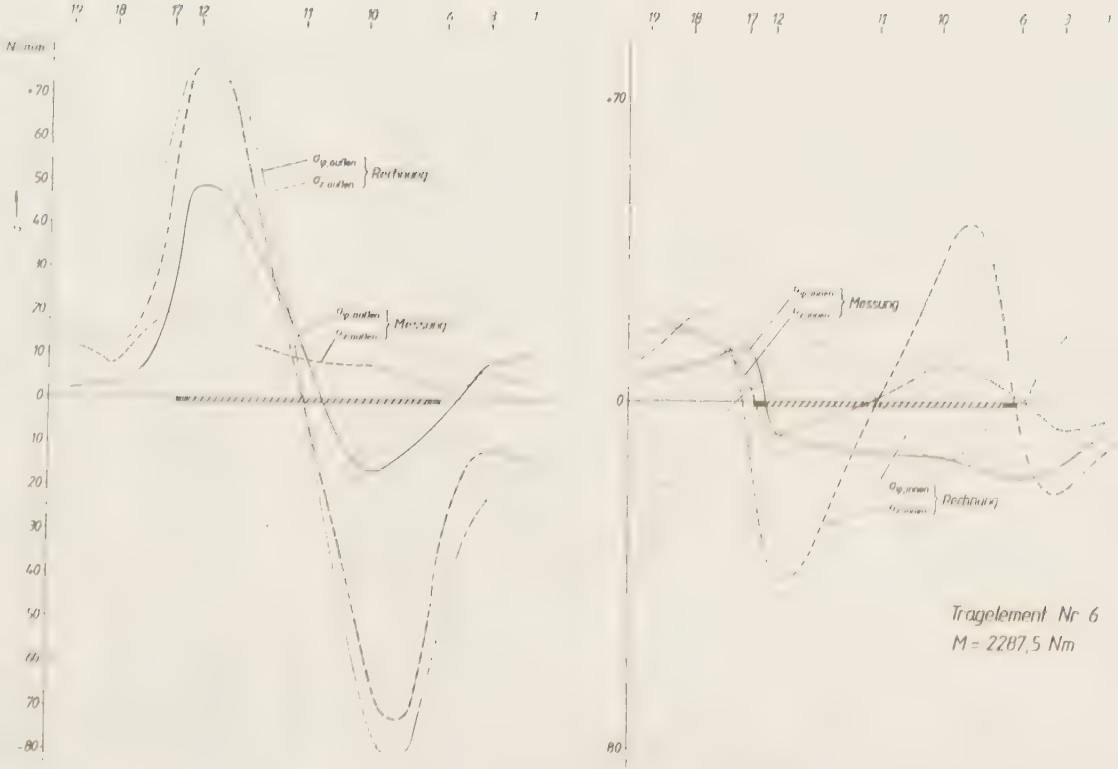


Abb. 8-10: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 6 (Tragzapfen) bei Biegemomentenbeanspruchung

zugrunde, wie sie für Prüfzwecke [illegible] gemessen wurden, [illegible] aus den Messungen errechnete maximale Spannungen von [illegible] = 56 N/mm² und [illegible] = 126 N/mm². Dies bedeutet einmal ein Unterschreiten des theoretischen Wertes von 34 %, zum anderen ein Überschreiten von 59 %.

Spannung	Element Nr.	Belastung M/Nm	Messung (5mm-DMS)	LOKA15
σ_{φ}, innen	6	2287	- 41	9
σ_{z}, innen			- 5	- 42
σ_{φ}, außen			40	85
σ_{z}, außen			74	79

Tabelle 8-4: Vergleich gemessener und errechneter maximaler Spannungen (Alle Spannungen in N/mm²)

Bei dem vorliegenden quadratischen Lastfeld wäre nach den bisherigen Erfahrungen mit dem Programm LOKA15 eine bessere Übereinstimmung zu erwarten gewesen. Eine mögliche Erklärung für die ermittelten Abweichungen liegt in der völlig anderen geometrischen Struktur des Tragelementes, bei der die Last über einen Stutzen auf das Verstärkungsblech wirkt. Dadurch kann eine ungleichmäßige Belastungsfunktion hervorgerufen werden, die sich zu sehr von dem Lastmodell II unterscheidet, um daß eine größere Annäherung erzielt werden kann.

8.1.4 Einfluß des Behälterrandes

Zum Vergleich eignen sich besonders die Element-Paarungen Nr. 1/5, 2/6, 9/13 und 11/15. Wie zum Beispiel der Tabellen in Kapitel 12 entnommen werden kann, ist der Einfluß des durch den Flanschring versteiften Behälterrandes auf das Spannungsmaximum der mit der Oberkante 50 mm unter dem Flansch endenden Tragelemente [illegible] gering. Da die Spannungsmaxima im Zugbereich der Elemente auftreten und diese sich weitere 150 bis 250 mm von der Flanschkante entfernt befinden, war dies zu erwarten. Bei den ersten drei angeführten Kombinationen liegen die Maxima für die am Rande befindlichen Tragelemente um 1 bis 18 % höher, für die vierte um 25 % niedriger als in der Behältermitte.

Zum Behälterrand hin, vor allem bei den Meßorten 20 bis 25, werden die Spannungen gegenüber den vergleichbaren Orten 4 bis 9 gedämpft. Auch für die am Behälterrand sitzenden Tragelemente kann man demzufolge die Theorie benutzen, die am Belastungsort eigentlich den randfernen Schalenbereich zur Voraussetzung hat. Für die Spannungsmaxima gelten dann die gleichen (Un-) Genauigkeiten wie sie für die Tragelemente in der Behältermitte aufgezeigt wurden.

8.2 Versuchsergebnisse für Innendruckbelastung

8.2.1 Innendruck

Die Versuche mit Innendruckbelastung wurden bei Drücken zwischen 3,0 und 3,7 bar durchgeführt. Ihre Ergebnisse sind für alle Meßbereiche in den Tabellen 12-9 bis 12-16 sowie für einige Beispiele in den Abbildungen 8-11 bis 8-14 wiedergegeben. In der oberen Bildhälfte sind die Gesamtspannungen und in der unteren die Spannungsanteile aufgetragen.

Man erkennt in den Darstellungen sehr schnell, daß neben den für einen Druckbehälter üblicherweise zu erwartenden Membranspannungen auch wesentliche Biegeanteile auftreten. Diese werden durch die Verformungsbehinderungen verursacht, welche von den aufgeschweißten Tragelementen hervorgerufen werden. Sie treten besonders am Übergang versteifter unversteifter Zylinder auf und erreichen häufig die gleiche Größe wie die Membranspannungen, ja übertreffen diese sogar. Als Beispiel diene der Meßort 14 des Meßbereiches 1.5. Der Druck von 3,7 bar sollte eine Membranspannung in Umfangsrichtung von 30,8 N/mm² hervorrufen. Gemessen wurden $\sigma_{\varphi,\text{Membran}}$ = 30,7 N/mm² und eine Biegespannung von $\sigma_{\varphi,\text{ Biegung}}$ = 44,1 N/mm². Wie zu erkennen ist, sind die gemessenen Membranspannungen fast überall annähernd den rechnerischen Werten gleich. Die Biegespannungen sind bei den Tragelementen am Behälterrand nicht so ausgeprägt, hier wirkt der Flanschring wieder versteifend.

Normalerweise werden bei der Berechnung von Druckbehältern, die sich durch "Pflastereffekte" ergebenden zusätzlichen Spannungen nicht berücksichtigt. Die Messungen zeigen, daß dieses Vorgehen zweifelhaft ist und stehen im Einklang mit den Veröffentlichungen von Kitching und Olsen [83] sowie Dearden und Brock [84]. Während Cranch [61] bei Innendruckversuchen an Rohren mit Tragelementen nur 20 bis 36 % der Membranspannungsgröße für die Biegespannungen erhält, berichten Kitching und Olsen über Versuche an Fußkonstruktionen von Kugelschalen, bei denen die gemessenen Gesamtspannungen bis zum 1,9-fachen der Membranspannungen betragen. Dearden und Brock nennen für Messungen an zwei Druckbehältern Spannungserhöhungsfaktoren von 1,68 und 2,7 für Abstützungen. Damit stehen ihre Werte im Einklang mit den von Kitching und den hier durchgeführten Versuchen, die die in Tabelle 8-5 aufgeführten Faktoren ergaben.

Der Durchschnitt aller Werte beträgt 2,45. Ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Behältern ist nicht zu vermerken.

Behälter	Element Nr.	Typ	Spannungserhöhung
6 mm	5	B2	2,4
	6	T1	1,5
	7	A2	2,9
	8	A3	1,9
3 mm	9	B2	3,0
	14	A2	2,4
	15	A2	3,1
	16	B3	2,4

Tabelle 8-5: Spannungserhöhungsfaktoren durch Innendruck, angegeben als das Verhältnis von Gesamtspannung bezogen auf die Membranspannung

8.2.2 Innendruck und Einleitung eines Biegemomentes

Bei Überlagerung von Innendruck und dem Lastfall "Einleitung eines Biegemomentes" erhält man Meßergebnisse, die der Summe der Werte aus den Einzelversuchen "Innendruck" und "Biegemomenteneinleitung" im Rahmen der auftretenden Meßfehler entsprechen. Dies sei am Beispiel des Meßbereiches 10/14 am Behälter mit 3 mm dicker Wandung gezeigt.

In Tabelle 12-6 sind die Ergebnisse für eine Biegemomentenbelastung der Tragelemente 10 und 14 von M = 1162 Nm aufgeführt, in Tab. 12-14 für die Innendruckbelastung mit p = 3,1 bar. In Tabelle 12-17 sind die Versuchsergebnisse für die kombinierte Belastung von M = 1162 Nm und p = 3,1 bar wiedergegeben. Addiert man die sich entsprechenden Werte aus den Tabellen 12-6 und 12-14, so kann man feststellen, daß diese mit einem Fehler von 10 bis 15 % mit denen in Tabelle 12-17 übereinstimmen. Lediglich bei der Überlagerung großer Biegespannungen scheint eine Reduktion der Gesamtspannungen einzutreten, wohingegen die Membrananteile mit kleinem Fehler (< 10 %) dem Superpositionsgesetz gehorchen. Entsprechende Beobachtungen können für alle untersuchten Tragelemente gemacht werden.

Erklärbar wird dieses Phänomen durch die Vorstellung, daß die vom Innendruck hervorgerufenen Membranspannungen durch die von der Momentenbelastung verursachten Krümmungsänderungen radiale Komponenten erzeugen, die den äußeren Lasten entgegenwirken. Wie aus den Ergebnissen zu sehen ist, ist dieser Effekt allerdings im vorliegenden Fall gering. Wichtig ist hingegen festzuhalten, daß die bislang geübte Praxis, bei dem kombinierten Lastfall "Innendruck und äußeres Moment" für den Innendruck nur die Membranspannungen zu berücksichtigen (s.a. AD-Merkblatt S3/4), zu einer Unterbestimmung der Spannungen und damit zu einem unsicheren Ergebnis führen muß.

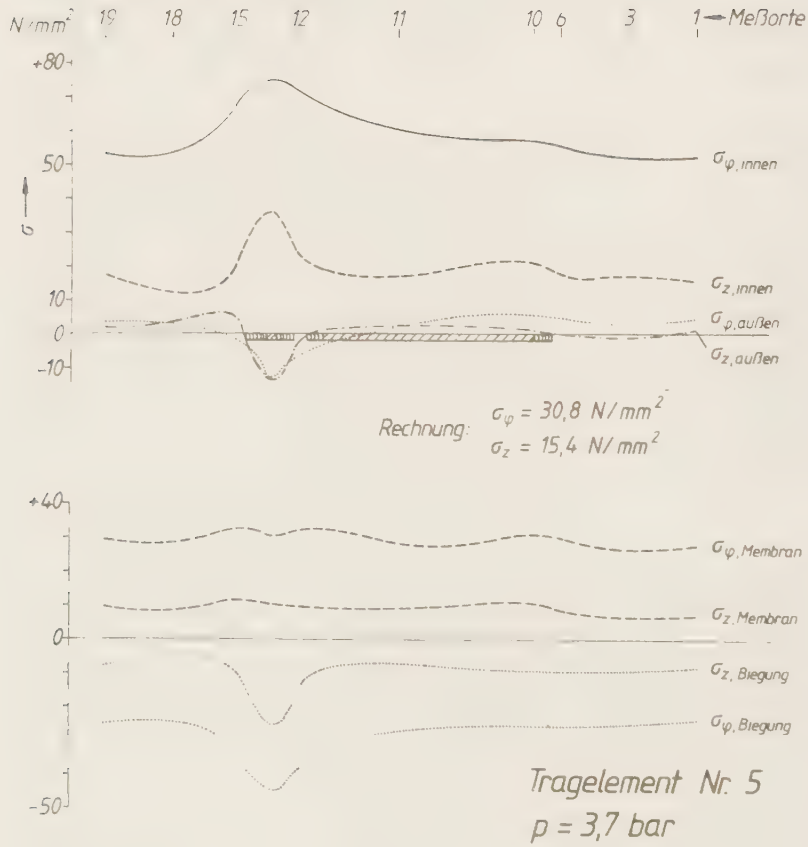


Abb. 8-11: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 5 bei Innendruckbelastung

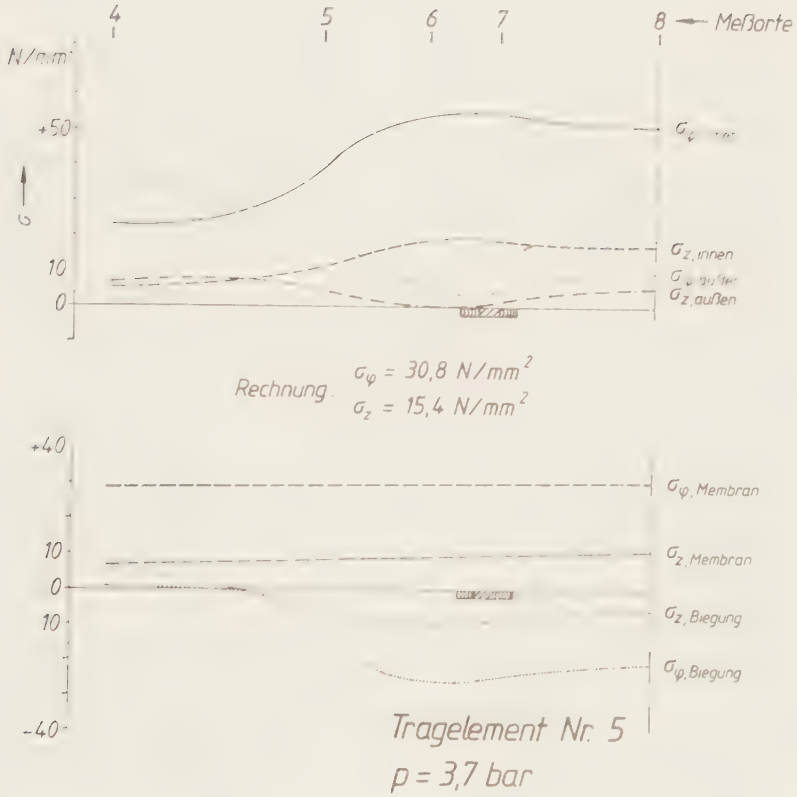


Abb. 8-12: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 5 bei Innendruckbelastung

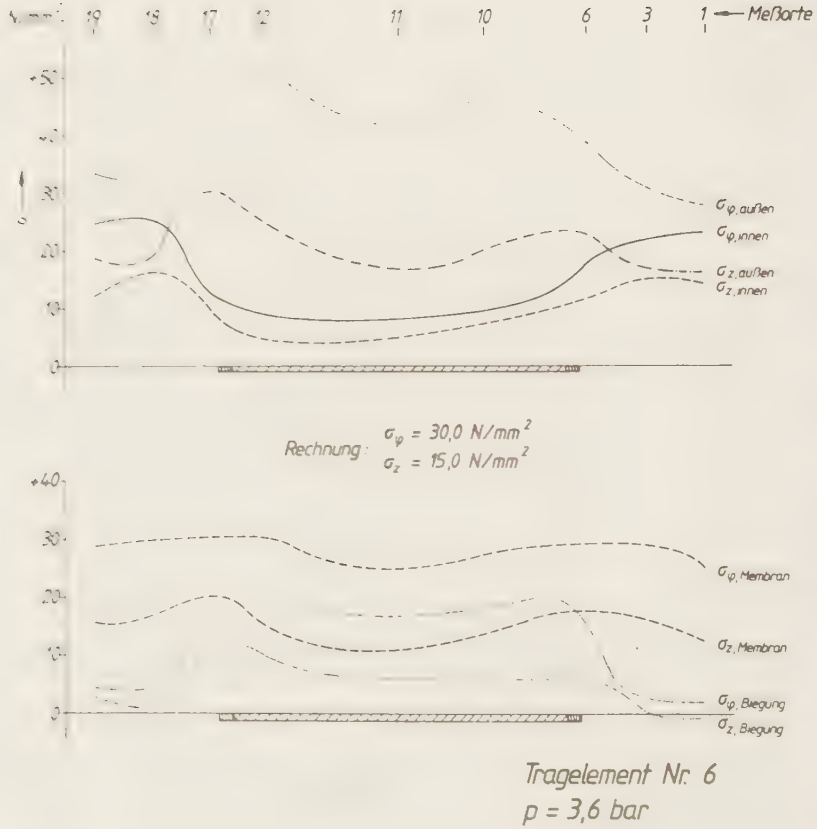


Abb. 8-13: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 6 bei Innendruckbelastung

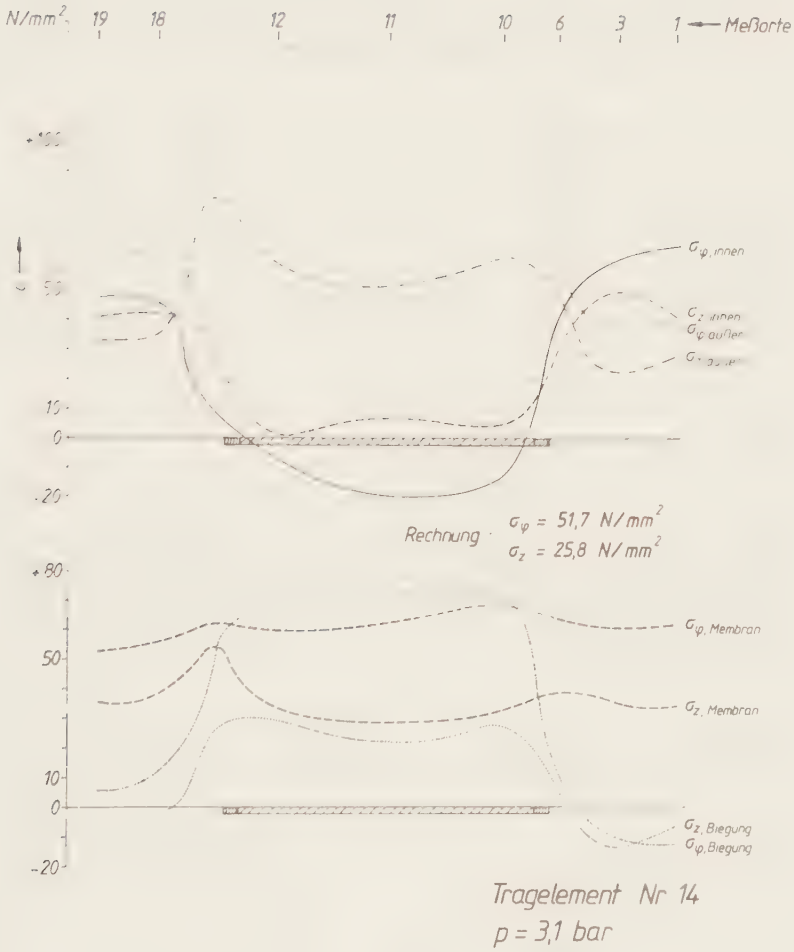


Abb. 8-14: Spannungsverlauf am Tragelement Nr. 14 bei Innendruckbelastung

8.3 Versuchsergebnisse für Belastung durch das Flanschmoment

Beim Verschrauben der Behälter mit dem oberen Klöpperboden wurden an den Tragelementen Nr. 1, 4, 9 und 13 die in den Behälterwandungen auftretenden Spannungen gemessen. Sie sind naturgemäß für die am weitesten am Rand liegenden Meßorte 20 bis 25 am größten. Zum Vergleich wurden beim Lösen der Schrauben entsprechende Messungen noch einmal durchgeführt.

Die maximal auftretenden Spannungen sind in Tabelle 8-6 wiedergegeben.

Tragelement Nr.	1	4	9	12
Meßort	20	20	23	20
σ_{φ}, innen/N/mm²	123	82	199	284
σ_{z}, innen/N/mm²	-96	-85	167	204
σ_{φ}, außen/N/mm²	191	153	27	113
σ_{z}, außen/N/mm²	133	96	-95	-136

Tabelle 8-6: Maximale Spannungen durch Flanschmoment

Beim Lösen der Schrauben wurden Spannungen gemessen, die für die Meßorte 20 bis 25 im Schnitt um 30 % niedriger lagen. Die Erklärung liegt in den Setzerscheinungen der IT-Dichtung bei schwellenden Innendruckversuchen. Bei den Spannungsanteilen überwiegen stets die Membranspannung in Umfangsrichtung und die axiale Biegespannung. Dies ist in Übereinstimmung mit der Theorie eines am Rande mit einem Biegemoment belasteten Zylinders.

Bemerkenswert ist der Umstand, daß die Spannungen in unmittelbarer Nähe des Flansches Größenordnungen erreichen, wie sie bei den Untersuchungen von lokalen Lasteinleitungen an hochbeanspruchten Stellen beobachtet wurden. Es ist daher ungünstig, Tragelemente an sehr dünnwandigen Behältern in unmittelbarer Nähe des Behälterrandes (Flansch) anzubringen, da es zu einer Überlagerung von hochbeanspruchten Stellen (z.B. Meßort 23) kommen kann.

8.4 Bewertung der Ergebnisse

8.4.1 Auswahl der günstigsten Bauform und Größe von Tragpratzen

Den Anwender interessieren vor allem die Fragen, welche Bauformen und Größen der Tragelemente geringste Spannungen in der Behälterwand hervorrufen und wie hoch die

Belastung gewählt werden kann. In den vorhergehenden Kapiteln konnte gezeigt werden, daß mit dem Programm LOKA15 weitgehende Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen erzielt wird. Die Tabelle 8-7 gibt für die beiden Behälter jeweils das Verhältnis der mit LOKA15 errechneten größten Spannungen wieder. Als Bezugsgröße dient dabei jeweils das Tragelement "Pratze mit Verstärkungsblech, Nenngröße 3" (Typ A3).

Behälter (Wanddicke)	Tragelement Typ	Verhältnis der Maximalspannungen
3 mm	A3	1,0
	A2	1,9
	B3	3,7
	B2	5,0
6 mm	A3	1,0
	A2	1,7
	B3	2,4
	B2	3,3

Tabelle 8-7: Verhältnisse der errechneten Maximalspannungen für Tragpratzen (Behälterradius 500 mm)

Man erkennt, daß die Bauform Pratze Typ B (ohne Verstärkungsblech) bei gleicher Nenngröße immer größere Spannungen hervorruft als der Typ A, ebenso bewirkt die kleinere Nenngröße 2 immer höhere Spannungen als die Größe 3 bei gleicher Bauform. Diese Erkenntnis ist sicher nicht überraschend und wird auch von den experimentellen Ergebnissen bestätigt. Auch wenn die Experimente gezeigt haben, daß die Werte für die Tragelemente vom Typ A etwas zu niedrig errechnet und die vom Typ B etwas zu hoch, bleiben die Tendenzen eindeutig. Man erkennt insbesondere die Empfindlichkeit des dünneren Behälters gegen Belastungen mit Tragelementen ohne Verstärkungsblech (Typ B).

Man sollte jedoch bedenken, daß größere Tragelemente im allgemeinen auch einen größeren Hebelarm bei der Krafteinleitung bewirken und damit das Moment bei gleicher Kraft ansteigt. Werden - wie in den durchgeführten Versuchen - die Pratzen in der Mitte der Auflage belastet, so können sich die oben beschriebenen Verhältnisse stark ändern. Da die Tragelemente der Nenngröße 3 in einem solchen Fall einen um 26 % größeren Hebelarm für die Lagerungskraft bieten, besteht zwischen den Maximalspannungen der Typen B2 und B3 dann kein Unterschied mehr!

Auch die mögliche Folgerung, generell Tragelemente mit Verstärkungsblech einzusetzen, kann nicht immer realisiert werden. Wird zum Beispiel die Prüfbarkeit sämtlicher Schweißnähte mit Ultraschall verlangt, so scheiden die Tragelemente des Types A wegen der am Verstärkungsblech auftretenden Dopplungsfehler aus.

8.4.2 Berechnung der zulässigen Belastung

8.4.2.1 Theoretische Betrachtungen

Für die Berechnung der zulässigen Belastung von Druckbehälterwandungen bei statischer Beanspruchung stehen heute mit der linearen Spannungsbewertung und dem Traglastverfahren zwei Konzepte zur Debatte. Bei der linearen Spannungsbewertung wird die über eine Vergleichspannungshypothese ermittelte Spannungsgröße mit einem zulässigen Festigkeitskennwert (z.B. $R_{p0,2}/S$) verglichen, den sie nicht überschreiten darf. Die auftretenden maximalen Spannungen sollen damit stets im elastischen Werkstoffbereich liegen. Dieses Konzept wird vom heutigen Stand der Technik als überholt und unwirtschaftlich angesehen.

Neue Wege öffnet die Entwicklung der Plastizitätstheorie, in deren Rahmen zwei wesentliche elasto-plastische Konzepte entwickelt wurden: Das Traglastverfahren und das Einspielverfahren. Da das erste zu konservativen Ergebnissen führt, hat es zwischenzeitlich Eingang in die meisten Regelwerke gefunden [85], so auch in einige der AD-Merkblätter.

Beim Traglastverfahren wird ein Überschreiten der Streckgrenze maximal soweit zugelassen, daß sich über den gesamten belasteten Querschnitt plastische Verformung einstellt (Fließgelenk). Ruft die Belastung ausschließlich eine Membranspannung hervor, so kann diese nur bis zur Streckgrenze erhöht werden, da dann bereits über den gesamten Querschnitt eine plastische Verformung eintritt. Handelt es sich dagegen um eine reine Biegebelastung, so kann man z.B. für einen freigelagerten Biegebalken die Belastung, die an der Außenfaser die Streckgrenze hervorruft, um weitere 50 % steigern und erhält dabei nach Entlastung eine bleibende Verformung von ca. 2 % [86]. Man spricht in diesem Fall von einem Traglastfaktor von 1,5.

Überlagert sich Membran- und Biegespannung, so bewegt sich der Traglastfaktor abhängig vom Verhältnis Membran- zu Biegespannungen zwischen 1,0 und 1,5 (für den Biegebalken). Da der Biegebalken eine konservative Einschätzung im Hinblick auf den mehrachsigen Spannungszustand in der Schale darstellt, werden die damit ermittelten Traglastfaktoren auch für Schalenprobleme eingesetzt [16].

8.4.2.2 Tragpratzen mit Verstärkungsblech

Im AD-Merkblatt S3/4 (Behälter mit Tragpratzen) wird die lineare Spannungsbewertung nur noch für Sonderfälle empfohlen (z.B. geringe Verformungen bei emaillierten Behältern). Analog bietet der Entwurf der DIN 28083, Teil 2 [87] mit der Angabe maximaler Momente für die Lasteinleitung über Pratzen der Form A Kurventafeln an, die sowohl nach dem Traglastverfahren als auch nach der linearen Spannungsbewertung errechnet wurden.

Die Überprüfung mit den Versuchsergebnissen zeigt nun, daß die den sowohl im AD-Merkblatt S34/4 als auch in der DIN 28083, Teil 2 zugrunde gelegten Werte von Wichman, Hopper und Mershon zwar weitgehend zutreffen, daß jedoch unmittelbar an der Schweißnaht Umfangsspannungen bestimmt wurden, die um 10 bis 25 % über den errechneten Werten nach LOKA15 und 20 bis 35 % über denen von Wichman et.al. liegen. Wie weiter festgestellt wurde, handelt es sich bei diesen Erhöhungen im wesentlichen um Biegespannungsanteile.

Da aber alle Spannungen über Vergleichsspannungen zusammengefaßt werden und der Traglastfaktor mit den neuen Werten größer ausfallen würde, ist der insgesamt beim Arbeiten mit der vorliegenden Form des AD-Merkblattes S3/4 oder der DIN 28083, Teil 2 auftretende Fehler kleiner als die genannten 20 bis 35 %. Er dürfte - da die Axialspannung ähnlich hohe Werte aufweist - bei Verwendung der Gestaltänderungs-Energie-Hypothese für die Ermittlung der Vergleichsspannung zwischen 10 und 17 % liegen. Damit werden die Daten von AD-Merkblatt S3/4 und DIN 28083, Teil 2 bis auf die genannten kleineren Abweichungen bestätigt.

Als sehr unsicher müssen jedoch die in DIN 28083 angegebenen Kurvenverläufe für Momentenbelastung und Innendruck ($p \neq 0$) angesehen werden. Da bei der Berechnung nur die Membranspannungen berücksichtigt wurden, können diese Werte nach den gemachten Erfahrungen (Kap. 8.2.1) vor allem bei höheren Drücken wesentlich von der Realität abweichen. Gerade eine Benutzung der höhere Belastung zulassenden Traglastverfahrens ist nicht zu empfehlen.

8.4.2.3 Tragpratzen ohne Verstärkungsblech und Tragzapfen

Für Tragpratzen der Form B ohne Verstärkungsblech gibt es bis heute keine festgelegten Berechnungsregeln. Wie im Kap. 8.1.1 gezeigt wird, liegen die mit dem Programm LOKA 15 errechneten maximalen Spannungen um ca. 30 % über den gemessenen Spannungsspitzen. Damit sind die Voraussetzungen gegeben, die errechneten Spannungen

nach dem Traglastverfahren zu bewerten. Gleichzeitig befindet man sich damit auf der sicheren Seite, was bei der vorliegenden Geometrie mit ihren Steifigkeitssprüngen und den daraus resultierenden Spannungsspitzen als Vorteil zu werten ist.

Bei gleichzeitiger Belastung des Behälters mit Innendruck gelten die gleichen Aussagen wie für Tragpratzen der Form A. Sofern lediglich die zusätzlich auftretenden Membranspannungen berücksichtigt werden, bewegt man sich mit einer Berechnung auf unsicherem Boden. Auf eine Anwendung des Traglastverfahrens sollte in einem derartigen Fall verzichtet werden.

Die an den Tragzapfen durchgeführten Messungen ergaben, daß die errechneten Spannungen zum Teil auf der sicheren und zum Teil auf der unsicheren Seite liegen. Bevor nicht weitere Erfahrungen oder Messungen vorliegen, kann nur die Bewertung der Spannungen nach dem klassischen Konzept empfohlen werden. Bei Bewertung der Spannungen nach dem elasto-plastischen Konzept sollte unbedingt, wie in DIN 28083 skizziert, ein Verstärkungskreuz in den Behälter eingesetzt werden. Über die dann auftretenden Beanspruchungsverhältnisse lassen sich jedoch keine Aussagen treffen.

9. Zusammenfassung

Im Apparatebau stellen Tragelemente an zylindrischen Behältern örtlich begrenzte Belastungen der Schale dar. Die Dimensionierung erfolgte bisher in Ermangelung sicherer Auslegungsregeln meist aufgrund von Betriebserfahrungen. In der vorliegenden Arbeit wird eine Berechnungsmethode entwickelt und mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Die wesentlichen Resultate werden wie folgt zusammengestellt.

Ausgehend von den Flüggeschen Differentialgleichungen für Zylinderschalen wird ein Rechenverfahren zur Ermittlung der Spannungsfelder hervorgerufen durch lokale Kraft- und Momenteneinleitung entwickelt. Die Lösung der Differentialgleichungen gelingt durch einen Doppel-Fourier-Reihenansatz und kann mit den heute zur Verfügung stehenden Rechenanlagen in kurzer Zeit mit geringen Kosten erfolgen. Das Verfahren ist geeignet für rechteckige Lastfelder, wie sie bei Tragelementen vorkommen.

Das erstellte Rechenprogramm LOKA15 ist durch seine einfache Ein- und Ausgabe besonders benutzerfreundlich und ermöglicht eine schnelle Problembearbeitung. Die numerische Verifikation der Berechnungen erfolgt für mehrere Beispiele durch Vergleich mit anderen anerkannten Rechenverfahren.

Zur experimentellen Überprüfung des Verfahrens werden Messungen an dünnwandigen zylindrischen Behältern mit verschiedenen Tragelementen üblicher Bauart durchgeführt. Die durch Lasteinleitung bewirkten Spannungsfelder werden dazu mit Dehnungsmeßstreifen detailliert und gut reproduzierbar bestimmt. Soweit möglich, werden auch Meßergebnisse aus der Literatur verwertet.

Die Versuchsergebnisse zeigen sowohl bezüglich des Spannungsfeldes als auch der Maximalwerte durchweg gute Übereinstimmung mit den nach LOKA15 errechneten Werten. Dies gilt insbesondere für die häufig verwendeten Tragpratzen mit und ohne Verstärkungsblech.

Das entwickelte Rechenprogramm stellt also eine wesentliche Verbesserung der Berechnungsmöglichkeiten lokaler Lasteinleitungen in dünnwandige Behälter dar. Es erlaubt, viele bis heute nur unzulänglich oder gar nicht berechenbare Konstruktionen der Berechnung zugänglich zu machen. Im Gegensatz zu den bisherigen Methoden kommt es auch für sehr dünne Schalen ohne empirische Korrekturen aus. Eine Überprüfung und Erweiterung derjenigen AD-Merkblätter und DIN-Normen, die sich mit Lasteinleitung über Tragelemente befassen, wird ermöglicht.

Die Untersuchungen geben auch einige Informationen über den Einfluß der Lage der Tragelemente am Behälter und über die Auswirkungen einer Innendruckbelastung des Behälters. Durch den Innendruck entstehen beispielsweise hohe Biegespannungen in unmittelbare Nähe der Tragelemente, auch wenn diese selbst unbelastet sind. Die bis heute übliche Praxis, bei dem kombinierten Lastfall "Innendruck und äußeres Moment" für den Innendruck nur die Membranspannungen zu berücksichtigen, muß daher zu einer Unterbestimmung der Spannungen und zu einem unsicheren Ergebnis führen. Weitere Untersuchungen könnten an diesem Punkt ansetzen.

10. Nomenklatur

Lateinische Zeichen

a_p, a'_{pq}, a''_{pq}, a'''_{pq}	Fourierkoeffizienten
b_q, b'_q, b''_{pq}, b'''_{pq}	Fourierkoeffizienten
B	Konstante, $B = m^2Eh/(m^2-1)$
c_1, c_2	Konstante
c_{pq}, c'_{pq}, c''_{pq}	Fourierkoeffizienten
C	Dehnsteifigkeit
d_{pq}, d'_{pq}	Fourierkoeffizienten
D	Biegesteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
F	äußere Kraft
F*	Reaktionskraft
h	Wanddicke des Zylinders, Behälters
H_o	halbe Lastfeldlänge
H_2^*	Lastfeldlänge (s. Abb. 4-12)
k	Schalendickenparameter
$k_{..}$	Schnittkräfte am Zylinderelement (s. Abb. 4-2)
K	Proportionalitätsfaktor bei DMS zwischen Widerstandsänderung und Dehnung
$K_{..}$	Summe der $k_{..}$ bei Fourierentwicklung
l'	Abklinglänge
L	Zylinder-, Behälterlänge
m	reziproke Querkontraktionszahl, $m = 1/\nu$
$m_{..}$	Schnittmomente am Zylinderelement (s. Abb. 4-3)
M	äußeres Moment, $M = F \cdot s_F$
$M_{..}$	Summe der $m_{..}$ bei Fourierentwicklung
N	Nennerpolynom (s. Gl. 4-9)
N_o	Anzahl der Lasteinleitungsstellen auf einem Meridian (gleich verteilt)
p	Summationsindex
q	Summationsindex
r	Radius eines Stutzens; ferner laufender Radius (s. Abb. 4-1)
R	mittlerer Radius des Behälters, Zylinders
R*	Radialkraft bezogen auf die Einheit der Oberfläche eines Zylinderelementes
s	Schnittgröße (allg.)

s_A	Lastfeldgröße (s. Abb. 4-12, Fall. 4a)
s_F	Hebelarm einer äußeren Kraft
s_1	halbe Breite eines Lastfeldes, entspricht Stegblechdicke im Lastfall 4
s_3	Blechdicke der Auflage im Fall 4, s_3 ist bei Pratzen nach DIN 28083 gleich s_1
S	Sicherheitsfaktor
S'	Standardabweichung
S_N	Partialsumme
T	Periodenlänge (allg.)
T_N	Summationsglied (s. Gl. 4-28)
TR	trigonometrischer Ausdruck
u	Verformung des Zylinders in radialer Richtung
v	Verformung des Zylinders in tangentialer Richtung
V	$= R \cdot a'_{pq} \cdot p \cdot q \cdot \sin p\varphi \cdot \cos \lambda z/R$
w	Verformung des Zylinders in axialer Richtung
x	Meßwert
$\bar{x}$	Mittelwert
Y	Konstante (s. Gl. 4-27)
z	Zylinderkoordinate in Längsrichtung
Z	Zählerpolynom
Z*	Axialkraft bezogen auf die Einheit der Oberfläche eines Zylinderelementes

Griechische Zeichen

α	Längenausdehnungskoeffizient
β	Verhältnis Lastfeldlänge (-breite) zu Radius
β^*	modifiziertes β für Stutzen
γ	Verhältnis Radius zu Wanddicke
ϵ	Fehlerschranke
λ	Periodenlänge (s. Gl. 4-5)
μ	Schalenparameter (s. Gl. 4-3)
ν	Querkontraktionszahl
π	= 3.141592 . . .
σ	mechanische Spannung
σ'_r	Lastkonstante
τ	Schubspannung
φ	Zylinderkoordinate in Umfangsrichtung, Winkelangabe im Bogenmaß

λ_1	Lastfeldbreite (s. Abb. 4-12, Abb. 4-14)
λ_2	Lastfeldbreite (s. Abb. 4-12, Abb- 4-14)
λ_3	Lastfeldbreite (s. Abb. 4-12)
τ_φ^*	Tangentialkraft bezogen auf die Einheit der Oberfläche eines Zylinderelementes

Allgemeine Indizes (tiefgestellt)

Biegung	Biegeanteil einer Spannung
i	Index für Anzahl der Messungen pro Meßstelle
Membran	Membrananteil einer Spannung
p	Glieder einer Reihe
q	Glieder einer Reihe
v	in radialer Richtung
z	in axialer Richtung
φ	in tangentialer Richtung

Spezielle Indizes (0, 1, 2, ', *) haben verschiedene Bedeutung und dienen u.a. zur Unterscheidung. Soweit sie nicht fest zugeordnet und mit den lateinischen Zeichen genannt sind, ergibt sich ihre Bedeutung jeweils aus dem laufenden Text.

11. Literaturverzeichnis

[1] Klapp, E.: Apparate- und Anlagentechnik; Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1980

[2] -- Technische Regeln für Dampfkessel - TRD -; Herausgeber VdTÜV, Essen; Carl Heymanns Verlag, Köln/Berlin

[3] -- Technische Regeln für Druckgase - TRG -; Herausgeber VdTÜV, Essen; Beuth-Vertrieb GMbH, Berlin/Köln/Ffm

[4] -- AD-Merkblätter; Herausgeber VdTÜV, Essen; Carl Heymanns Verlag, Köln/Berlin

[5] Depmeier, L., Lambrecht, D., Nevermann, W.: Lokale Lasteinleitungen in rotationssymmetrische Schalenkonstruktionen; CAD-Bericht KfK-CAD 155, Herausgeber Kernforschungszentrum Karlsruhe; Karlsruhe 1980

[6] Penny, R.K., Leckie, F.A.: Solution for stresses at nozzles in pressure vessels; Weld. Res. Counc. Bull., Nr. 90 (1963), S. 8/18

[7] Moore, S.E.: CERLII-A computer program for analysing hemisphere/nozzle shells of revolution with axisymmetric and unsymmetric loadings; U.S.A.E.C. Report ORNL-3817, Oak Ridge National Laboratory, Oct. 1965

[8] Bieger, K.-W.: Kreiszylinderschalen unter radialen Einzellasten; Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg 1976

[9] Bijlaard, P.P.: Stresses from radial loads in cylindrical pressure vessels; Weld. J. Res. Suppl. 33 (1954) 12, S. 615/623

[10] Bijlaard, P.P.: Stresses from radial loads and external moments in cylindrical pressure vessels; Weld. J. Res. Suppl. 34 (1955) 12 , S. 608/617

[11] Bijlaard, P.P.: Additional data on stresses in cylindrical shells under local loading; Weld. Res. Counc. Bull., Nr. 50 (1959), S. 10/50

[12] Wichman, K.R., Hopper, A.G., Mershon, J.C.: Local stresses in spherical and cylindrical shells due to external loadings; Weld. Res. Counc. Bull., Nr. 107 (1965), (Third Revised Printing, 1972)

[13] -- British Standard 1515, Part 1 und Part 2: Specification for fusion welded pressure vessels for use in the chemical, petroleum and allied industries

[14] -- British Standard 5500: Unfired fusion welded pressure vessels, Appendix G und A (1982)

[15] -- Richtlinienkatalog Festigkeitsberechnungen, Behälter und Apparate; VEB Komplette Chemieanlagen Dresden

[16] -- AD-Merkblätter S3 (Berücksichtigung von Zusatzkräften in Druckbehälterwandungen); Ausgabe August 1982; Carl Heymanns Verlag, Köln

[17] Love, A.E.H.: The small free vibrations and deformations of a thin elastic shell; Philosophical Transactions of the Royal Society, London, series A, vol. 179, 1888, S. 491

[18] Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen; Julius Springer, Berlin, 1934

[19] Roark, R.J.: The strength and stiffness of cylindrical shells under concentrated loadings; J. Appl. Mech. 2 (1935) 4, S. A147/A152

[20] Kantorowitsch, S.B.: Die Festigkeit der Apparate und Maschinen für die chemische Industrie; Akademie-Verlag, Berlin 1958

[21] Zick, L.P.: Stresses in large horizontal cylindrical pressure vessels on two saddle supports; Weld. Res. Suppl. 30 (1951) 9, S. 435-s/445-s

[22] Green, A.E., Zerna, W.: The equilibrium of thin elastic shells; Quart. J. Mech. and Appl. Math. III (1950) Part I, S. 9/22

[23] Reissner, E.: Stress strain relations in the theory of thin elastic shells; J. Math. Phys. 31 (1952), S. 109-119

[24] Naghdi, P.M.: A new derivation of the general equations of elastic shells; Int. J. Engng. Sci. 1 (1963), S. 509

[25] Budiansky, B., Sanders, S.L.: On the best first-order linear shell theory; Progress in Appl. Mech., S. 129/140, Verlag MacMillan Co., New York 1963

[26] Penny, R.K.: Symmetric bending of the general shell of revolution by Finite Difference Method; J. Mech. Engng. Sci. 3 (1961), S. 369-377

[27] Budiansky, B., Radkowski, P.P.: Numerical analysis of unsymmetrical bending of shells of revolution; AIAA J. 1 (1963) Nr. 8, S. 1833/1842

[28] Schiele, R.D.: Asymptotic solution of nonshallow shells of revolution subjected to nonsymmetric loads; J. Aerospace Sci. 29 (1962), S. 1375-1379

[29] Kalnins, A.: Analysis of shells of revolution subjected to symmetrical and nonsymmetrical loads; J. Appl. Mech. 31 (1964), S. 467/476

[30] Koiter, W.T.: A systematic simplification of the general equiations in the linear theory of thin shells; Proceedings Ned. Akad. Wet. 64 (1961), S. 612

[31] Donell, L.H.: A discussion of thin shell theory; Proc. 5ht Int. Congr. Appl. Mech., Cambridge, Mass; (1938) S. 66/70

[32] Wlassow, W.S.: Allgemeine Schalentheorie und ihre Anwendung in der Technik; Akademie-Verlag, Berlin 1958

[33] Morley, L.S.D.: An improvement on Donell's approximation for thin-walled circular cylinders; Quart. J. Mech. and Appl. Math. XII (1959) Part I, S. 89/99

[34] Simmonds, J.G.: A set of simple, accurate equations for circular cylindrical elastic shells; Int. J. Solids Struct. 2 (1966), S. 525-541

[35] Lukasiewicz, St.: Local loads in plates and shells; Sijthoff & Noordhoff, Alphen a.d. Rijn, 1979

[36] Kraus, H.: Thin elastic shells;
Verlag John Wiley & Sons, New York, 1967

[37] Hoff, N.J.: The accuracy of Donell's equations;
J. Appl. Mech. 22 (1955), S. 329/334

[38] Sanders, J.L., Simmonds, J.G.: Concentrated forces on shallow cylindrical shells;
J. Appl. Mech. 37 (1970), S. 367/373

[39] Odquist, F.K.G.: Action of forces and moments symmetrically distributed along a generatrix of a thin cylindrical shell;
J. Appl. Mech. 13 (1946), S. 106/108

[40] Hoff, N.J., Kemper, J., Pohle, F.v.: Line loads applied along generators of thin-walled circular cylindrical shells of finite length;
Quart. Appl. Math. 11 (1954) Jan., S. 411/425

[41] Sheng, J., Kemper, J.: Residual analysis for circular cylindrical shells under segmental line-load;
AIAA J. 1 (1963) Nr. 11, S. 2558-2564

[42] Cannata, P.: Die Auswirkungen von Einzellasten auf den Mantel zylindrischer Körper;
Acier, Stahl, Steel 31 (1966) 4, S. 191/198

[43] Girkmann, K.: Berechnung eines Rohrstranges mit Gleitblechlagerung;
Österr. Ing.-Archiv 4 (1954), S. 115/130

[44] Yuan, S.W., Ting, L.: On radial deflections of a cylinder subjected to equal and opposite concentrated radial loads;
J. Appl. Mech. 24 (1957), S. 278/282

[45] Morley, L.S.D.: The thin-walled circular cylinder subjected to concentrated radial loads;
Quart. J. Mech. Appl. Math. XIII (1960) Part 1, S. 25/37

[46] Biezeno, C.B., Koch, J.J.: Some explicit formulae, of use in the calculation of arbitrarily loaded, thin-walled cylinders;
Proceedings Ned. Akad. v. Wet. 44 (1941), S. 595/612

[47] Bijlaard, P.P.: Stresses from local loadings in cylindrical pressure vessels;
J. Appl. Mech. 22 (1955) 6, S. 805/816

[48] Mizoguchi, K., Haruo, S., Shirakawa, K.: Deformation and stress in a cylindrical shell under concentrated loading;
Bull. JSME, 11 (1968) 45, S. 393/403; Bull. JSME, 14 (1971) 75, S. 909/917 und S. 918/928

[49] Lambrecht, D.: Ein numerisches Verfahren für den Spannungsnachweis bei Behälter-Abstützungen;
Konstruktion 25 (1973), S. 255/259

[50] Bijlaard, P.P., Cranch, E.T.: Interpretive commentary on the application of theorie to experimental results for stresses and deflections due to local loads on cylindrical shells;
Weld. Res. Counc. Bull., Nr. 60 (1960), S. 1-2

[51] Bijlaard, P.P., Cranch, E.T.: Stresses and deflections due to local loadings on cylindrical shells;
Weld. J. Res. Suppl. 39 (1960), S. 306-308

[52] Hartenberg, R.S.: The strength and stiffness of thin cylindrical shells on saddle supports;
Dissertation, Univ. of Wisconsin, 1941

[53] Gerbeaux: Untersuchung des Spannungszustandes eines horizontalen Behälters auf Stützen;
Düsseldorf, 1959

[54] Herbert, K.H.: Spannungen an den Lagerstellen liegender kreiszylindrischer Behälter (Vergleich zwischen Versuch und Theorie);
GWK-Verband, Düsseldorf 1959

[55] Zwiesele, R.: Spannungsuntersuchungen an kreiszylindrischen Behältern auf Sattellagern;
Dissertation, TH Stuttgart, 1967

[56] Mang, F.: Festigkeitsprobleme bei örtlich gestützten Rohren und Behältern;
Rohre. Rohrleitungsbau. Rohrleitungstransport 9 (1970) 4, S. 207-213; 9 (1970) 5, S. 267-279; 10 (1971), S. 22-30

[57] Dacock, G., Sys, A.: Etude experimentale de problemes industriels mesures de contraintes sur deux réservoirs horizontaux reposant sur deux appuis;
Centre de recherches scientifiques et techniques; Brüssel, Forschungsbericht D/1971/0567/10

[58] Duthie, G., Tooth, A.S.: The analysis of horizontal cylindrical vessels supported by saddles welded to a vessel - a comparison of theory and experiment;
Third Int. Con. on Pressure Vessel Technology, Part I, S. 25-28; Tokyo, 19.-22.4.1977

[59] Kloth, W.: Atlas der Spannungsfelder in technischen Bauteilen; Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1961

[60] Hennig, E.: Experimentelle und analytische Untersuchung der Spannungsverteilung in örtlich belasteten dünnwandigen zylindrischen Schalen; Fortschr.-Ber. VDI-Z, Reihe 1, Nr. 33, Nov. 1971

[61] Cranch, E.T.: An experimental investigation of stresses in the neighborhood of attachments to a cylindrical shell; Weld. Res. Counc. Bull. Nr. 60, May 1960, S. 2-19

[62] Melworm, R.F., Berman, I.: Welded attachments to tubes - experimentation, analysis and design; Weld. J. Res. Suppl. 45 (1966) 10, S. 454-464

[63] Kitching, R., Hughest, J.F., Jones, N.: Limiting loading of cylindrical shells subjected to local circumferential bending moments; Int. J. Mech. Sci. 20 (1978), S. 61-81

[64] Biezeno, C.B., Grammel, R.: Technische Dynamik, 1. Band, 2. Auflage; Springer-Verlag, Berlin 1953

[65] Beles, A.A., Soare, M.V.: Berechnung von Schalentragwerken; Bauverlag GmbH, Wiesbaden 1972, S. 176

[66] Timoshenko, S.P., Woinowsky-Krieger, S.: Theory of plates and shells; 2nd ed. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo 1959

[67] — AD-Merkblatt B9, Ausschnitte in Zylinder, Kegeln und Kugeln unter innerem Überdruck; Ausgabe Februar 1977, Beuth-Verlag, Berlin

[68] Bathe, K.J, Wilson, E.L., Peterson, F.E.: SAP IV - A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Analysis of Linear Structural Systems; EERC Report No. 73-11, College of Engineering, University of California, Berkeley, June 1973

[69] Kuipers, L., Timman, R.: Handbuch der Mathematik; de Gruyter & Co, Berlin 1968

[70] Barthel, J.: Rechnerische und experimentelle Untersuchungen über Krafteinleitungen in runden Rohren; Diplomarbeit am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau der Universität Erlangen-Nürnberg, 1983

[71] -- E DIN 28083, Teil 1; Pratzen (Maße), Mai 1983

[72] Depmeier, L., Lambrecht, D.: Zum Stand der Berechnung von Behälterabstützungen und Fußkonstruktionen; Chem.-Ing.-Techn. 51 (1979) Nr. 5, S. 447/451

[73] -- DIN 28085, Teil 1; Tragzapfen (kurze Form), Nov. 1977

[74] Profos, P.: Handbuch der industriellen Meßtechnik; Vulkan-Verlag, Essen, 1974

[75] Runde, B., Fricke, H.W.: Dehnungsmeßstreifentechnik für den Praktiker; Sonderdruck aus Messen + Prüfen, Jahrgang 11/12 (1975/76)

[76] Hoffmann, K.: Grundlagen der Dehnungsmeßstreifen-Technik, Schriftenreihe der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik (HBM)
a) Die Anwendung der Wheatstone'schen Brückenschaltung (1973)
b) Die Messung elementarer Lastfälle mit DMS (1973)
c) Der Dehnungsmeßstreifen (DMS), ein universelles Hilfsmittel der experimentellen Spannungsanalyse (1973)
d) Maßnahmen zur Vermeidung bzw. Verminderung von Meßfehlern (1978)

[77] Georgiadis, St.: Reißlackuntersuchungen an Modellbehältern bei Lasteinleitung über Tragelemente; Studienarbeit am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau der Universität Erlangen-Nürnberg, 1981

[78] -- E DIN 1543: Warmgewalztes Blech von 3 bis 150 mm Dicke (Zulässige Maß-, Gewichts- und Formabweichungen), Mai 1980

[79] Haberzettl, G.: Die Fünf-Prozent-Mentalität - eine Gefahr; Messen + Prüfen 18 (1982) 1/2, S. 60/67

[80] -- E DIN 1319 Teil 4, Grundbegriffe der Meßtechnik (Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen) Okt. 1983

[81] Proctor, E.: Strain measurements - errors in practise; Vortrag bei der BSSM-Jahrestagung, Bristol 1979

[82] Rödl, S.: Einige spezielle Probleme bei der Messung mit Dehnungsmeßstreifen; Studienarbeit am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau der Universität Erlangen-Nürnberg, 1982

[83] Kitching, R., Olsen, B.: Pressure stresses at disrete supports of spherical shells; Journal of Strain Analysis 4 (1967) 2, S. 298-306

[84] Dearden, A.C., Brock, T.F.: Air testing of large, site constructed, reactor pressure vessels; Nuclear Reactor Containment Buildings and Pressure Vessels, S. 496-506, Butterworth, London, 1960

[85] Ciprian, J.: Ausgewählte Kapitel aus nationalen und internationalen Regelwerken zur Frage der Auslegung von Druckbehältern; Verfahrenstechnik 14 (1980) 1, S. 49-55

[86] Schwaigerer, S.: Festigkeitsberechnung von Bauelementen des Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbaues; 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 1970

[87] -- E DIN 28083, Teil 2; Pratzen (Maximale Momente auf die Behälterwand durch Gewichtskräfte über Pratzen der Form A), April 1983, Beuth-Verlag, Berlin

12. Anhang

MESSBEREICH 1 . 5

MESSUNG F HR04 LR25

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	1	2	3	4
	1			
δ innen.tangential	9.8	[illegible]	[illegible]	45.[illegible]
[illegible] axial	19.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
c aussen.tangential	8.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	3.9	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ membran tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
c biemuno.tangential	9.1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	12.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	6.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	5	6	7	8
δ innen tangential	42.[illegible]	[illegible]	+ 57.[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	40.[illegible]	+ 54.[illegible]	[illegible]
δ aussen tangential	11.[illegible]	[illegible]	- 128.[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	18.[illegible]	[illegible]	- 134.	[illegible]
δ membran tangential	27.[illegible]	[illegible]	- 35.	[illegible]
δ biemuno tangential	15.[illegible]	[illegible]	- 52.	[illegible]
c membran axial	5.[illegible]	[illegible]	- 40.	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	- 94.	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	9	10	11	12
[illegible] tangential	[illegible]	+ [illegible]	[illegible]	- 50.[illegible]
δ innen axial	[illegible]	+ [illegible]	[illegible]	- [illegible]
δ aussen tangential	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]
[illegible] axial	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]
δ membran tangential	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]
δ biemuno tangential	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]
δ membran axial	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]
[illegible] axial	[illegible]	- [illegible]	[illegible]	+ [illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	13	14	15	16
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	- [illegible]	- 3.5
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	- [illegible]	- 66.[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ 71.[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ 127.[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ 33.9
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ 30.[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ 87.0

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	17	18	19	20
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ membran tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ biemuno.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ biemuno axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	21	22	23	24
δ innen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ innen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
c aussen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ membran tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ biemuno tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ membran axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	25	26	27	28
δ innen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ innen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	29	30	31	32
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.6
δ innen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ membran axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ biemuno axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM2	33	34	35	36
δ innen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ innen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible] axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tab. 12-1: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 1/5 bei Biegemomentenbelastung ($M_1 = M_5 = 1950$ Nm)

MEBBEREICH 2 . 6

MESSUNG 1 HAUPTLAST

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 1	MESSUNG 2	MESSUNG 3	MESSUNG 4
[illegible]	7.0	+ 20.5	- 14.9	- 19.7
[illegible]	- -	- 8.6	- 7.6	+ 1.6
[illegible]	[illegible]	16.7	+ 7.0	+ 17.3
[illegible]	[illegible]	- 15.9	+ 5.0	+ 23.6
[illegible]		+ 1.7	- 3.9	- 1.0
[illegible]	[illegible]	- 10.7	+ 10.9	+ 10.6
[illegible]	[illegible]	- 12.2	- 1.2	+ 12.6
[illegible]		- 3.6	+ 6.7	+ 10.9

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 5	MESSUNG 6	MESSUNG 7	MESSUNG 8
[illegible]	- 20.0	- 19.1	+ 12.6	+ 35.3
[illegible]	- 1.0	- .1	+ 7.6	+ 0.4
[illegible]	+ 12.2	- 4.0	- 19.0	- 25.9
Ø aussen.axial	+ 15.2	+ .4	- 36.0	- 48.5
Ø mendr.ax.tangential	- 7.0	- 11.6	- 3.5	+ 4.7
Ø bleuzuw.tangential	+ 21.0	+ 7.5	- 16.2	- 28.6
Ø mendr.ax.axial	+ 7.0	+ .1	- 14.6	- 20.0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 9	MESSUNG 10	MESSUNG 11	MESSUNG 12
Ø innen.tangential	- 19.0	- 12.7	- 12.2	- 11.7
[illegible]	- .1	+ 7.6	- 3.3	- 9.6
[illegible]	- 9.0	- 16.6	+ 10.9	+ 45.1
[illegible]	- 1.3	+ 6.6	+ 8.4	+ 19.1
[illegible]	14.6	14.6	.6	[illegible]
[illegible]	+ 5.0	- 1.9	+ 11.6	+ 28.4
[illegible]	- .7	+ 7.1	+ 4.0	+ 4.7
[illegible]	- .6	- .4	+ 4.4	+ 14.3

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 13	MESSUNG 14	MESSUNG 15	MESSUNG 16
Ø innen.tangential	+ 25.0	- 1.5	+ 2.7	- 40.5
Ø innen.axial	+ 10.0	- 12.0	- 9.3	- 4.2
[illegible]	- 4.0	+ 42.4	+ 32.0	+ 40.4
[illegible]	- 5.7	+ 35.6	+ 44.0	+ 71.7
[illegible]	+ 10.1	+ 20.4	+ 17.7	- .0
Ø bleuzuw.tangential	- 14.9	+ 21.9	+ 15.0	+ 40.5
Ø mendr.ax.axial	+ 2.1	+ 11.4	+ 17.3	+ 33.7
Ø bleuzuw.axial	- 7.0	+ 24.2	+ 26.7	+ 30.0

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 17	MESSUNG 18	MESSUNG 19	MESSUNG 20
Ø innen.tangential	+ 11.1	+ 7.0	+ 2.9	- 4.1
Ø innen.axial	+ 4.7	+ 17.2	+ 15.7	+ 3.3
Ø aussen.tangential	+ 21.9	+ 3.1	+ 1.0	- .1
Ø aussen.axial	+ 16.7	+ 7.0	+ 11.5	+ 9.9
Ø mendr.ax.tangential	+ 16.5	+ 5.4	+ 2.3	- 2.1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø mendr.ax.axial	+ 11.5	+ 12.1	+ 13.5	+ 6.6
Ø bleuzuw.axial	+ 6.8	- 5.0	- 2.0	+ 3.7

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 21	MESSUNG 22	MESSUNG 23	MESSUNG 24
Ø innen.tangential	- 13.6	- 15.0	- 7.7	+ 15.3
Ø innen.axial	+ 2.9	+ 2.0	+ 3.1	+ 19.1
Ø aussen.tangential	- 5.0	- 9.0	- 15.7	- 22.7
Ø aussen.axial	+ 2.1	- 2.6	- 20.3	- 45.0
Ø mendr.ax.tangential	- 9.7	- 12.0	- 11.5	- 3.7
Ø bleuzuw.tangential	+ 3.3	+ 3.0	- 4.2	- 15.0
Ø mendr.ax.axial	+ 2.5	- .2	- 9.5	- 12.9
Ø bleuzuw.axial	- .3	- 2.5	- 10.7	- 12.0

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 25	MESSUNG 26	MESSUNG 27	MESSUNG 28
Ø innen.tangential	- 16.5	- 23.9	- 10.4	- 2.0
Ø innen.axial	+ 1.9	+ 3.1	- .3	- 6.1
Ø aussen.tangential	- 10.0	- 7.3	+ 17.9	+ 46.7
Ø aussen.axial	- 1.3	+ 12.0	+ 18.7	+ 28.7
Ø mendr.ax.tangential	- 13.7	- 15.6	- .2	+ 22.3
Ø bleuzuw.tangential	+ 2.0	+ 0.2	+ 10.1	+ 24.3
Ø mendr.ax.axial	+ .3	+ 7.9	+ 5.2	+ 7.9
Ø bleuzuw.axial	- 1.6	- 4.0	+ 5.5	+ 13.4

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 29	MESSUNG 30	MESSUNG 31	MESSUNG 32
Ø innen.tangential	+ 28.4	- 5.9	- 7.6	- 40.1
Ø innen.axial	+ 11.2	- 9.6	- 13.0	- 7.0
Ø aussen.tangential	- 5.9	+ 30.0	+ 40.1	+ 39.4
Ø aussen.axial	- 4.0	+ 36.9	+ 53.4	+ 24.6
Ø mendr.ax.tangential	11.7	+ 16.5	[illegible]	[illegible]
Ø bleuzuw.tangential	- 17.1	+ 20.4	+ 23.0	+ 49.7
Ø mendr.ax.axial	+ 3.1	+ 13.6	+ 20.2	+ 31.1
Ø bleuzuw.axial	- 8.0	+ 23.3	+ 31.2	+ 41.2

SPANNUNG IN N/MM2	MESSUNG 33	MESSUNG 34	MESSUNG 35
Ø innen.tangential	+ 5.0	+ 7.0	+ 3.9	+ .0
Ø innen.axial	+ 2.4	+ 16.5	+ 17.2	+ .0
Ø aussen.tangential	+ 27.3	+ 4.0	+ .0	+ .0
Ø aussen.axial	+ 20.7	+ 0.5	+ 10.6	+ .0
Ø mendr.ax.tangential	+ 16.1	+ 6.4	+ 2.3	+ .0
Ø bleuzuw.tangential	+ 11.1	- 1.5	- 1.5	+ .0
Ø mendr.ax.axial	+ 11.6	+ 12.5	+ 13.9	+ .0
Ø bleuzuw.axial	+ 9.1	- 4.0	- 3.2	+ .0

Tab. 17.2: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 2/6 bei Biegemomentenbelastung (M_y = 2375 Nm, M_z = 2227 Nm)

MESSBEREICH 3 7

MESSUNG F NR05 LA25

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
σ innen tangential	- [illegible]	+ 20.3	5.5	[illegible]
σ innen axial	- 12.0	- 13.9	11.4	[illegible]
σ aussen tangential	- 1.9	- 19.4	11.2	[illegible]
σ aussen axial	- 2.0	- 15.3	4.8	[illegible]
σ membran tangential	- 1.0	+ [illegible]	8.3	- 4.6
σ biegung tangential	- [illegible]	- 19.8	2.8	[illegible]
σ membran axial	- 7.0	- 14.6	8.1	[illegible]
σ biegung axial	+ 5.0	- [illegible]	3.2	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
σ innen tangential	[illegible]	- [illegible]	+ 24.8	+ 10.6
σ innen axial	[illegible]	+ 15.9	+ 45.9	+ 38.9
σ aussen tangential	[illegible]	- 38.4	- 60.2	- 47.7
σ aussen axial	[illegible]	- 30.1	- [illegible]	- [illegible]
σ membran tangential	15.3	- [illegible]	- [illegible]	- 19.5
σ biegung tangential	[illegible]	- [illegible]	- 45.5	- [illegible]
σ membran axial	[illegible]	- [illegible]	- [illegible]	- [illegible]
σ biegung axial	[illegible]	- 20.0	- 86.9	- 56.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
σ innen tangential	11.1	+ 17.0	8.0	- [illegible]
σ innen axial	- 10.5	+ [illegible]	+ 9.6	- [illegible]
σ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ aussen axial	- [illegible]	[illegible]	+ 4.0	+ [illegible]
σ membran tangential	[illegible]	[illegible]	4.0	+ [illegible]
σ biegung tangential	[illegible]	[illegible]	- 4.0	+ [illegible]
σ membran axial	[illegible]	[illegible]	6.8	+ [illegible]
σ biegung axial	6.5	[illegible]	2.7	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 14	15	16
σ innen tangential	[illegible]	[illegible]	- 6.4
σ innen axial	[illegible]	47.1	[illegible]
σ aussen tangential	[illegible]	- 103.5	+ [illegible]
σ aussen axial	[illegible]	- 86.5	- 100.3
σ membran tangential	[illegible]	- 30.7	+ [illegible]
σ biegung tangential	[illegible]	- [illegible]	+ [illegible]
σ membran axial	[illegible]	19.6	+ [illegible]
σ biegung axial	[illegible]	67.0	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
σ innen tangential	[illegible]	[illegible]	7.	5.
σ innen axial	[illegible]	21.	22.	2.
σ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	7.1	[illegible]
σ aussen axial	[illegible]	[illegible]	10.	[illegible]
σ membran tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.
σ membran axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.
σ biegung axial	[illegible]	[illegible]	16.	5.
σ biegung axial	[illegible]	[illegible]	6.	2.

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
σ innen tangential	- 4.	[illegible]	5.5	14.
σ innen axial	+ 1.	[illegible]	+ 10.2	[illegible]
σ aussen tangential	- 3.	[illegible]	22.1	[illegible]
σ aussen axial	+ [illegible]	[illegible]	22.4	[illegible]
σ membran tangential	- 9.	[illegible]	13.8	[illegible]
σ biegung tangential	+ 5.	[illegible]	8.3	[illegible]
σ membran axial	+ 1.	[illegible]	6.0	[illegible]
σ biegung axial	- [illegible]	[illegible]	16.3	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
σ innen tangential	- 13.	- 7.	11.	34.
σ innen axial	+ 3.	+ [illegible]	[illegible]	24.
σ aussen tangential	- 12.	- 26.	8.	83.
σ aussen axial	- 8.	- 9.	[illegible]	44.
σ membran tangential	- 13.	- 17.	[illegible]	24.
σ biegung tangential	+ [illegible]	- 9.	9.	50.
σ membran axial	- 2.	+ [illegible]	7.4	9.
σ biegung axial	- 6.0	- 9.	[illegible]	34.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
σ innen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ innen axial	10.	[illegible]	[illegible]	4.
σ aussen tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ aussen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ membran tangential	10.	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ biegung tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ membran axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ biegung axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	41.

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
σ innen tangential	- 9.	[illegible]	[illegible]
σ innen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ aussen tangential	+ 30.	[illegible]	[illegible]
σ aussen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ membran tangential	- 17.	[illegible]	[illegible]
σ biegung tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ membran axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ biegung axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tab. 12-3: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 3/7 bei Biegemomentenbelastung (M_3 = 2000 Nm, M_7 = 1925 Nm)

```
+++++++++++++++++++++++++++
+                         +
+  MESSBEREICH  4 - 8     +
+                         +
+  MESSUNG  F NR02 LA25   +
+                         +
+++++++++++++++++++++++++++
```

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	1	2	3	4
σ innen,tangential	- 4.7	+ 15.6	- 9.0	- 25.1
σ innen,axial	- 10.5	- 11.9	- 12.4	- .1
σ aussen,tangential	+ 3.1	- 13.3	+ .2	+ 22.7
σ aussen,axial	- 1.7	- 15.7	- .3	+ 24.7
σ membran,tangential	- .8	+ 1.1	- 4.4	- 1.1
σ biegung,tangential	+ 3.9	- 14.4	+ 4.6	+ 23.9
σ membran,axial	- 6.1	- 13.8	- 6.3	+ 12.2
σ biegung,axial	+ 4.4	- 1.8	+ 6.8	+ 12.4

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	5	6	7	8
σ innen,tangential	- 35.8	- 14.5	+ 8.2	- 3.2
σ innen,axial	- 6.0	+ 4.0	+ 14.4	+ 16.7
σ aussen,tangential	+ 11.0	- 18.8	- 43.6	- 33.4
σ aussen,axial	+ 9.3	- 13.8	- 45.7	- 50.2
σ membran,tangential	- 12.3	- 16.7	- 17.6	- 18.3
σ biegung,tangential	+ 23.4	- 2.1	- 25.9	- 15.1
σ membran axial	+ 1.6	- 4.8	- 15.6	- 20.7
σ biegung,axial	+ 7.7	- 8.9	- 30.1	- 37.4

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	9	10	11	12
σ innen,tangential	- 10.7	+ 1.7	- 13.2	- 36.9
σ innen,axial	+ 3.3	+ 17.5	+ 7.9	- 35.5
σ aussen,tangential	- 24.3	- 48.0	+ 1.8	+ 102.6
σ aussen,axial	- 17.9	- 18.6	+ 4.3	+ 52.4
σ membran,tangential	- 17.5	- 23.1	- 5.7	+ 32.8
σ biegung,tangential	- 6.8	- 24.9	+ 7.5	+ 69.7
σ membran axial	- 7.2	- .5	+ 6.1	+ 8.4
σ biegung,axial	- 10.6	- 18.8	- 1.8	+ 43.9

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	13	14	15	16
σ innen,tangential	+ 29.5	- 42.5	- 33.6	- 5.5
σ innen,axial	+ 10.8	- 39.8	- 22.4	- 20.2
σ aussen,tangential	- 7.2	+ 95.1	+ 74.5	+ 43.7
σ aussen,axial	- 4.2	+ 74.4	+ 70.6	+ 82.7
σ membran,tangential	+ 11.1	+ 26.2	+ 20.4	+ 19.0
σ biegung,tangential	- 18.3	+ 68.8	+ 54.0	+ 24.6
σ membran axial	- [illegible]	+ 17.[illegible]	+ 24.1	+ 31.2
σ biegung,axial	- 7.5	+ 57.1	+ 46.5	+ 51.5

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	17	18	19	20
σ innen,tangential	- 10.3	- 4.5	- 8.1	- 19.1
σ innen,axial	- 6.8	+ 20.5	+ 15.5	+ 1.0
σ aussen,tangential	+ 54.8	+ 12.9	+ 5.8	- 4.7
σ aussen,axial	+ 37.3	+ 9.7	+ 13.5	+ 4.4
σ membran,tangential	+ 22.2	+ 4.2	- 1.1	- 11.9
σ biegung,tangential	+ 32.5	+ 8.7	+ 7.0	+ 7.1
σ membran,axial	+ 15.2	+ 15.1	+ 14.5	+ 2.7
σ biegung,axial	+ 22.0	- 5.4	- 1.0	+ 1.7

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	21	22	23	24
σ innen,tangential	- 34.0	+ 12.0	+ 60.7	- 57.3
σ innen,axial	+ 9.0	+ 54.3	+ 80.9	+ 2.9
σ aussen,tangential	- 16.0	- 60.3	- 109.9	- 5.7
σ aussen,axial	- 22.9	- 49.7	- 132.6	- 27.0
σ membran,tangential	- 25.0	- 24.1	- 24.5	- 31.5
σ biegung,tangential	+ 8.9	- 36.2	- 85.3	+ 25.7
σ membran,axial	- 6.9	+ 2.2	- 25.8	- 12.0
σ biegung,axial	- 16.0	- 52.0	- 106.8	- 14.9

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	25	26	27	28
σ innen,tangential	- 2.4	+ 37.9	- 2.9	- 75.1
σ innen,axial	+ 47.2	+ 84.4	+ 17.7	- 41.6
σ aussen,tangential	- 47.5	- 105.2	- 13.6	+ 109.2
σ aussen,axial	- 52.9	- 85.6	+ 3.9	+ 96.9
σ membran,tangential	- 24.9	- 33.6	- 8.2	+ 17.0
σ biegung,tangential	- 22.5	- 71.6	- 5.3	+ 92.2
σ membran,axial	- 2.5	- .5	+ 10.8	+ 27.6
σ biegung,axial	- 49.8	- 85.0	- 6.8	+ 69.2

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	29	30	31	32
σ innen,tangential	+ 26.4	- 80.6	- 83.7	+ [illegible]
σ innen,axial	- 9.4	- 108.9	- 82.6	- 47.[illegible]
σ aussen,tangential	+ 31.8	+ 203.7	+ 139.1	+ 61.[illegible]
σ aussen,axial	+ 38.1	+ 142.0	+ 135.4	+ 114.8
σ membran,tangential	+ 29.1	+ 61.5	+ 27.6	+ 30.[illegible]
σ biegung,tangential	+ 2.7	+ 142.1	+ 111.4	+ 70.5
σ membran,axial	+ 14.3	+ 20.5	+ 26.3	+ 33.7
σ biegung,axial	+ 23.8	+ 121.4	+ 109.0	+ 91.0

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	33	34	35
σ innen,tangential	- 79.5	- 23.3	- 23.5	+ .0
σ innen,axial	- 69.5	+ 25.7	+ 22.1	+ .0
σ aussen,tangential	+ 139.8	+ 44.6	+ 20.4	+ .0
σ aussen,axial	+ 117.0	+ 21.6	+ 18.3	+ .0
σ membran,tangential	+ 38.1	+ 10.6	- 1.5	+ .0
σ biegung,tangential	+ 109.6	+ 33.9	+ 21.9	+ .0
σ membran axial	+ 23.7	+ [illegible]	+ 20.2	+ .0
σ biegung,axial	+ 93.2	- 2.0	- 1.9	+ .0

Tab. 12-4: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 4/8 bei Biegemomentenbelastung (M_4 = 2650 Nm, M_8 = 2775 Nm)

```
+++++++++++++++++++++++++++
+                         +
+  MEßBEREICH 9 - 13      +
+                         +
+  MEßWERT NR04 A10       +
+                         +
+++++++++++++++++++++++++++
```

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 1	2	3	4
σ innen tangential	+ 19.5	+ 27.6	+ 24.0	53.0
σ innen axial	- 14.9	14.4	[illegible]	4.
σ aussen tangential	- 6.7	14.2	[illegible]	+ 43.5
σ aussen axial	- 3.1	24.6	[illegible]	44.7
σ membran tangential	+ 6.5	- [illegible]	[illegible]	4.
σ biegung tangential	- 13.1	21.4	32.1	+ 49.1
σ membran axial	- 9.0	- 14.5	12.4	+ 1[illegible]
σ biegung axial	+ 5.2	[illegible]	[illegible]	+ 24.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 5	6	7	8
σ innen tangential	44.9	+ 56.[illegible]	+ 141.9	100.0
σ innen axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 152.[illegible]	[illegible]
σ aussen tangential	3.4	102.4	20[illegible].3	[illegible]
σ aussen axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	- [illegible]
σ membran tangential	24.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
σ biegung tangential	+ 20.[illegible]	78.5	+ 171.[illegible]	+ 46.[illegible]
σ membran axial	- [illegible]	+ 11.6	[illegible]	[illegible]
σ biegung axial	- 10.[illegible]	86.2	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 9	10	11	12
σ innen tangential	+ 28.9	+ 100.9	+ 36.4	- 3[illegible].0
σ innen axial	+ 74.8	+ 112.9	+ 26.3	[illegible]
σ aussen tangential	28.9	146.3	56.5	+ [illegible]
σ aussen axial	[illegible]	- 185.[illegible]	10.3	+ [illegible]
σ membran tangential	- [illegible].5	22.9	10.[illegible]	[illegible]
σ biegung tangential	- [illegible]	123.8	46.4	[illegible]
σ membran axial	- [illegible]	- 3.0	+ 8.0	[illegible]
σ biegung axial	[illegible]	- 108.[illegible]	18.[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 13	14	15	16
σ innen tangential	+ [illegible]	- 35.[illegible]	54.8	+ 21.9
σ innen axial	+ [illegible]	52.[illegible]	52.7	35.1
σ aussen tangential	+ [illegible]	+ 35.[illegible]	+ 170.2	10.9
σ aussen axial	+ 30.[illegible]	+ 55.[illegible]	+ [illegible].8	+ 120.
σ membran tangential	- [illegible]	+ 30.[illegible]	- 45.1	5.4
σ biegung tangential	- [illegible]	+ 55.3	+ 102.1	16.4
σ membran axial	- [illegible]	- [illegible]	+ [illegible].5	+ 42.4
σ biegung axial	- [illegible].0	+ 63.0	+ 66.[illegible]	- 77.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 17	18	19	20
σ innen tangential	[illegible]	[illegible]	10.3	- 17.[illegible]
σ innen axial	[illegible]	+ 49.[illegible]	+ 30.5	[illegible]
σ aussen tangential	+ 109.[illegible]	+ [illegible]	+ 13.8	+ 5.5
σ aussen axial	+ [illegible]	+ [illegible]	- 27.3	+ 15.4
σ membran tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	- [illegible]	[illegible]
σ biegung tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 12.0	+ 11.[illegible]
σ membran axial	+ [illegible]	- [illegible]	+ 28.9	+ 7.[illegible]
σ biegung axial	+ [illegible]	- [illegible]	1.5	+ 7.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 21	22	23	24
σ innen tangential	4.[illegible]	- 14.0	+ 180.0	- 82.9
σ innen axial	[illegible]	+ 64.1	+ 119.4	- 10.[illegible]
σ aussen tangential	5.[illegible]	- 1.5	- 188.9	- 7.1
σ aussen axial	15.2	64.2	- 176.9	36.9
σ membran tangential	23.[illegible]	4.8	- 40.4	45.0
σ biegung tangential	+ 16.[illegible]	- 28.7	- 140.5	+ 37.[illegible]
σ membran axial	[illegible]	0	- 28.7	- 23.[illegible]
σ biegung axial	[illegible]	- 64.1	- 148.1	13.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 25	26	27	28
σ innen tangential	+ 3.0	+ [illegible]	+ 9.2	60.0
σ innen axial	+ 69.1	+ 81.4	+ 16.9	14.0
σ aussen tangential	- 95.9	- 79.8	18.0	+ 128.4
σ aussen axial	- [illegible].0	- 80.1	+ 4.1	+ 75.4
σ membran tangential	- 41.4	- [illegible]	- 4.9	+ 30.2
σ biegung tangential	- 44.4	44.0	- 13.1	+ 90.2
σ membran axial	- 2.9	+ [illegible]	+ 10.[illegible]	+ 30.3
σ biegung axial	- [illegible].0	- 89.8	+ 1	4[illegible].1

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 29	30	31	32
σ innen tangential	+ 58.3	- 34.[illegible]	- 68.3	+ 17.9
σ innen axial	+ 10.5	- 92.4	48.2	25.7
σ aussen tangential	+ [illegible]	+ 133.[illegible]	+ 158.2	+ 77.6
σ aussen axial	+ 11.5	+ 143.0	+ 126.1	+ 127.0
σ membran tangential	+ 35.2	+ 79.[illegible]	+ 44.9	+ 47.8
σ biegung tangential	- 23.1	+ 113.9	+ 113.8	+ 79.9
σ membran axial	+ 11.0	+ 25.[illegible]	+ 38.9	+ 4[illegible].6
σ biegung axial	+ [illegible].5	+ 117.[illegible]	+ 9[illegible].2	81.4

SPANNUNG IN N/MM+2	MESSORT 33	34	35
σ innen tangential	69.8	- 14.2	- 14.2
σ innen axial	47.2	+ 39.4	+ 28.4
σ aussen tangential	+ 157.3	+ 28.4	+ 15.9
σ aussen axial	+ 122.3	+ [illegible].9	+ 2[illegible].6
σ membran tangential	+ 43.[illegible]	+ [illegible].1	+ 1.8
σ biegung tangential	+ 113.5	+ 21.3	+ 16.0
σ membran axial	+ 37.5	+ 24.4	+ 24.0
σ biegung axial	+ 4.7	- 15.2	- 1.3

Tab. 12-5: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 9/13 bei Biegemomentenbelastung (M_9 = 780 Nm, M_{13} = 775 Nm)

```
+++++++++++++++++++++++++++
+                         +
+   MESSBEREICH  10 . 14  +
+                         +
+   MESSUNG  F NRA; LA14  +
+                         +
+++++++++++++++++++++++++++
```

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
d innen.tangential	- 2.7	+ 38.8	10.9	- 35.9
d innen.axial	- 10.0	- 24.2	- 26.8	+ 8.5
d aussen.tangential	+ 5.0	- 29.8	+ 5.0	+ 33.7
d aussen.axial	1.1	- 33.2	+ 5.8	+ 49.5
d membran.tangential	+ 3.1	+ 4.4	- 2.9	
d biegung.tangential	+ 4.9	- 34.3	+ 8.0	+ 39.6
d membran.axial	- 6.5	- 21.7	- 10.4	+ 28.0
d biegung.axial	+ .4	- 4.4	+ 16.3	+ 21.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
d innen.tangential	- 59.3	- 11.3	+ 56.0	+ .8
d innen.axial	- 6.5	+ 6.2	+ 70.0	+ 40.3
d aussen.tangential	+ 53.3	34.7	- 106.3	- 70.7
d aussen.axial	+ 33.1	- 32.2	- 120.0	129.2
d membran.tangential	- 5.0	- 23.0	- 25.1	34.9
d biegung.tangential	+ 58.3	11.5	- 81.1	35.7
d membran.axial	+ 12.6	13.0	- 24.9	44.4
d biegung.axial	+ 20.8	- 19.2	- 95.0	- 84.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
d innen.tangential	- 22.2	+ 40.0	15.8	- 31.7
d innen.axial	+ 4.8	+ 44.9	+ 4.6	- 26.3
d aussen.tangential	- 44.2	- 104.6	+ 2.3	+ 163.2
d aussen.axial	- 28.9	- 46.9	+ 3.4	+ 85.1
d membran.tangential	- 33.2	- 32.3	6.7	+ 75.7
d biegung.tangential	- 18.9	- 72.3	+ 9.1	+ 37.6
d membran.axial	- 12.0	- .9	+ 4.0	+ 29.3
d biegung.axial	- 16.8	- 45.9	.6	+ 55.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
d innen.tangential	+ 64.1	- 83.5	- 63.3	+ 12.6
d innen.axial	+ 19.0	- 80.6	- 63.6	- 4.5
d aussen.tangential	- 25.6	+ 162.9	+ 137.5	+ 78.4
d aussen.axial	+ 28.3	+ 117.8	+ 129.0	+ 130.1
d membran.tangential	+ 19.2	+ 39.7	+ 37.0	+ 45.5
d biegung.tangential	- 44.9	+ 123.2	+ 100.4	+ 32.9
d membran.axial	- .6	+ 14.6	+ 32.5	+ 72.8
d biegung.axial	19.7	+ 103.2	+ 96.4	+ 77.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
d innen.tangential	- 2.0	- .4	+ 2.8	
d innen.axial	- 11.3	- 2.0	+ 2.8	+ 12.6
d aussen.tangential	+ 11.6	+ 14.7	+ .3	+ 5.9
d aussen.axial	+ 44.9	+ 4.9	+ 14.8	+ 1.7
d membran.tangential	+ 41.7	+ 1.2	- .8	+ 4.3
d biegung.tangential	+ 48.1	+ 1.4	+ 1.3	+ 1.6
d membran.axial	+ 12.0	+ .0	+ .3	+ 17.3
d biegung.axial	+ 36.6	15.1	- 5.4	+ 5.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
d innen.tangential	- 18.4	25.4	3	+ 33.5
d innen.axial	2.2	1	+ 1.1	+ 12.4
d aussen.tangential	.4	1	.3	25.2
d aussen.axial	+ 10.3	1.	44.2	- 67.6
d membran.tangential	- 9.3	17.7	15.2	.5
d biegung.tangential	- 9.0	+ 6.1	15.0	- 24.3
d membran.axial	+ 4.0	.9	22.5	12.3
d biegung.axial	+ 6.3	+ 5.3	41.7	54.-

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
d innen.tangential	- 24.9	24.2	- 28.5	31.3
d innen.axial	7.7	+ 4.7	- 6.0	- 22.8
d aussen.tangential	8.8	- 6.8	+ 29.6	95.1
d aussen.axial	+ 4.4	+ 15.4	+ 18.4	+ 48.1
d membran.tangential	16.8	17.5	+ .5	11.9
d biegung.tangential	+ 8.0	+ 6.7	+ 9.1	+ 13.2
d membran.axial	1.6	+ 10.0	+ 6.1	+ 12.6
d biegung.axial	+ 6.0	+ 5.2	+ 12.2	+ 35.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
d innen.tangential	+ 29.6	23.5	11.0	8.0
d innen.axial	+ 12.7	- 22.4	15.4	+ 11.6
d aussen.tangential	- 10.5	+ 65.8	+ 53.7	+ 27.3
d aussen.axial	- 5.5	+ 58.7	+ 60.0	+ 34.3
d membran.tangential	+ 9.5	+ 22.6	+ 20.4	1.8
d biegung.tangential	- 20.0	+ 46.2	+ 32.3	+ 21.2
d membran.axial	+ 5.5	+ 14.1	+ 22.3	+ 43.2
d biegung.axial	- 9.1	+ 36.6	+ 37.7	+ 2.0

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
d innen.tangential	+ 10.1	+ 5.9	+ 3.1	+ .0
d innen.axial	+ 5.4	+ 21.1	+ 16.0	+ .0
d aussen.tangential	+ 21.8	+ .9	+ .9	+ .0
d aussen.axial	+ 12.1	+ 1.8	+ 11.1	+ .0
d membran.tangential	+ 15.9	+ 3.4	- 2.0	+ .0
d biegung.tangential	+ 5.8	2.4	- 1.1	+ .0
d membran.axial	+ 8.7	+ 11.5	+ 13.7	+ .0
d biegung.axial	+ 3.3	- 9.6	- 2.4	+ .0

Tab. 12-6: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 10/14 bei Biegemomentenbelastung ($M_{10} = M_{14} = 1162$ Nm)

```
+++++++++++++++++++++++++++
+                         +
+  MESSBEREICH  11 . 15   +
+                         +
+  MESSUNG  F NR05 LA16   +
+                         +
+++++++++++++++++++++++++++
```

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
σ innen tangential	- 4.9	+ 43.6	17.1	47.7
σ innen axial	18.7	- 27.2	- 34.1	+ 3.5
σ aussen tangential	+ 11.6	- 32.9	+ 9.5	+ 49.8
σ aussen axial	+ [illegible]	- 38.5	+ 2.7	+ 58.0
σ membran tangential	+ 3.3	+ 5.3	3.8	+ 1.0
σ biegung tangential	+ 8.2	- 28.2	+ 13.3	+ 38.8
σ membran axial	- 9.2	- 29.8	- 13.1	+ 30.0
σ biegung axial	+ 9.5	1.6	+ 20.9	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
σ innen tangential	- 88.2	- 26.3	+ 50.3	+ 5.7
σ innen axial	17.5	+ 4.0	+ 66.[illegible]	+ 56.9
σ aussen tangential	+ 52.3	- 32.4	- 114.[illegible]	- 82.6
σ aussen axial	+ 34.9	- [illegible]	- 123.4	130.0
σ membran tangential	- 17.9	- 29.4	- 28.1	38.4
σ biegung tangential	+ 70.3	- 3.0	- 66.5	- 44.1
σ membran axial	+ 8.6	- 11.6	- 28.3	- [illegible]
σ biegung axial	+ 26.[illegible]	- 15.7	- 34.0	- 55.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
σ innen tangential	- 37.0	+ 22.6	- 3.6	59.6
σ innen axial	1.8	+ 46.8	+ 17.3	- 44.8
σ aussen tangential	- 26.8	- 101.8	- 18.5	+ 190.0
σ aussen axial	- [illegible]	- [illegible]	+ 1.4	+ 100.4
σ membran tangential	- 31.3	- 39.5	[illegible]	+ 25.[illegible]
σ biegung tangential	+ 5.1	- [illegible]	- 3.4	+ 124.8
σ membran axial	- 18.9	- 5.[illegible]	+ [illegible]	+ 27.8
σ biegung axial	- 17.[illegible]	- 52.4	[illegible]	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
σ innen tangential	+ 66.9	- 53.4	- 41.5	+ 12.7
σ innen axial	+ 23.9	49.[illegible]	18.[illegible]	+ [illegible]
σ aussen tangential	- 65.2	+ 158.1	+ 126.8	+ 41.5
σ aussen axial	23.1	+ 126.9	+ 122.8	+ 49.4
σ membran tangential	+ 38.8	+ 52.3	+ 42.5	+ [illegible]
σ biegung tangential	- 46.0	+ 105.9	+ 84.[illegible]	+ 14.3
σ membran axial	- [illegible]	+ 38.8	+ 5[illegible]	+ 47.
σ biegung axial	- 23.5	+ 98.0	+ [illegible]	+ 40.1

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
σ innen tangential	+ [illegible]	1.[illegible]	[illegible]	4
σ innen axial	+ 1.[illegible]	+ 4.1	+ [illegible]	+ 9.4
σ aussen tangential	[illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ aussen axial	+ [illegible]	+ 1.0	+ [illegible]	+ 41.[illegible]
σ membran tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ biegung tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ membran axial	[illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ biegung axial	- 18.[illegible]	[illegible]	[illegible]	1[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
σ innen tangential	4[illegible].4	4[illegible].0	[illegible]	- 37.2
σ innen axial	15.8	[illegible].3	24.7	+ 41.9
σ aussen tangential	+ 4	[illegible].5	61.1	- 47.3
σ aussen axial	+ [illegible].0	[illegible].3	77.6	- 9[illegible].6
σ membran tangential	23.0	34.2	0.[illegible]	- 4.2
σ biegung tangential	+ 23.4	+ 11.7	30.4	- [illegible].0
σ membran axial	3.8	1[illegible].8	26.5	- 2[illegible].8
σ biegung axial	+ 11.9	+ [illegible].5	41.0	- 6[illegible].7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
σ innen tangential	- 57.8	- 4.[illegible]	[illegible]	40.2
σ innen axial	20.4	+ 16.5	- [illegible]	70.4
σ aussen tangential	18.0	57.[illegible]	+ [illegible]	+ 148.[illegible]
σ aussen axial	17.0	- 1[illegible].6	+ 16.[illegible]	+ 95.2
σ membran tangential	32.9	- 25.4	+ [illegible]	+ 49.9
σ biegung tangential	+ 14.9	1.[illegible]	+ [illegible]	+ 99
σ membran axial	18.9	+ 1.4	+ [illegible]	+ 12.4
σ biegung axial	+ 1.8	15.1	+ [illegible]	+ 82.6

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
σ innen tangential	+ 57.2	44.0	[illegible]	+ 7.[illegible]
σ innen axial	+ 30.8	- 22.3	+ 4.[illegible]	1.[illegible]
σ aussen tangential	15.[illegible]	+ 154.[illegible]	+ 1[illegible]	75.7
σ aussen axial	3.8	+ [illegible].7	+ 91.[illegible]	+ 135.1
σ membran tangential	+ [illegible].1	+ 1[illegible].0	+ [illegible].1	41.7
σ biegung tangential	41.3	+ 9.1	+ [illegible]	33.9
σ membran axial	+ 10.5	+ [illegible].7	+ [illegible]	66.
σ biegung axial	[illegible]	+ 6[illegible].0	+ 43.4	+ 68.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
σ innen tangential	26.0	- 9.[illegible]	- 9.6	+ .0
σ innen axial	4.2	+ [illegible].5	+ 26.2	+ .6
σ aussen tangential	+ 103.7	+ 1[illegible].7	+ 12.5	+ .0
σ aussen axial	+ 75.9	+ 14.[illegible]	+ 24.[illegible]	+ .0
σ membran tangential	+ 8.8	+ 4.1	+ 1.4	+ .0
σ biegung tangential	+ 74.9	+ 1[illegible].4	- 11.1	+ .0
σ membran axial	+ 0.6	+ [illegible]	+ 25.5	+ .3
σ biegung axial	+ 15.0	- [illegible]	[illegible].7	+ .0

Tab. 12-7: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 11/15 bei Biegemomentenbelastung (M_{11} = 1280 Nm, M_{15} = 1264 Nm)

MESSBEREICH 1. . 16

MESSUNG F NR04 LA08

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	4
σ innen tangential	+ 14.8	+ 15.4	+ 22.3	47.7
σ innen axial	7.7	10.9	- 23.6	8.8
σ aussen tangential	12.1	10.7	- 38.2	+ 30.6
σ aussen axial	- 10.5	23.5	- 4.6	+ 23.5
σ membran tangential	+ 1.3	+ 2.3	- 3.9	8.5
σ biegung tangential	13.5	- 13.1	- 26.7	+ 39.2
σ membran axial	9.1	17.2	- 14.1	+ 7.7
σ biegung axial	1.3	- 6.2	+ 9.4	+ 10.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
σ innen tangential	- 36.3	+ 53.8	+ 123.7	82.6
σ innen axial	+ 1.3	+ 62.2	+ 121.8	26.0
σ aussen tangential	- 9.3	113.8	- 163.6	+ 14.3
σ aussen axial	- 17.9	- 87.2	- 156.1	- 25.8
σ membran tangential	- 22.8	30.0	- 19.9	34.1
σ biegung tangential	+ 13.4	- 83.8	- 143.6	+ 48.4
σ membran axial	- 8.2	12.4	- 17.1	25.9
σ biegung axial	- 9.6	74.7	- 138.9	+ .8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
σ innen tangential	+ 25.1	+ 86.0	+ 29.4	- 29.9
σ innen axial	+ 31.7	+ 84.8	+ 15.1	+ 3.1
σ aussen tangential	88.0	- 135.6	- 51.4	+ 63.2
σ aussen axial	- 63.4	- 98.9	- 7.0	+ 40.4
σ membran tangential	- 31.4	- 24.7	- 11.0	+ 16.6
σ biegung tangential	- 56.5	- 110.8	- 40.4	+ 46.6
σ membran axial	16.8	- 7.0	+ 4.0	+ 21.7
σ biegung axial	- 48.5	- 91.9	- 11.0	+ 18.6

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
σ innen tangential	+ 52.9	- 43.4	- 73.3	+ 18.7
σ innen axial	+ 8.0	68.9	- 74.8	- 36.5
σ aussen tangential	- 14.5	+ 164.1	+ 127.5	+ 54.2
σ aussen axial	- 3.9	+ 109.6	+ 141.2	+ 98.4
σ membran tangential	+ 19.1	+ 60.3	+ 27.1	+ 32.5
σ biegung tangential	- 33.7	+ 103.8	+ 100.4	+ 21.7
σ membran axial	+ 2.0	+ 28.3	+ 33.1	+ 30.9
σ biegung axial	- 6.0	+ 89.3	+ 108.0	+ 67.5

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
σ innen tangential	60.7	- 19.7	14.9	- 14.9
σ innen axial	64.9	+ 27.0	+ 16.1	1.2
σ aussen tangential	+ 110.7	+ 24.0	+ 12.6	1.7
σ aussen axial	+ 106.6	+ 11.0	+ 20.8	+ 7.4
σ membran tangential	+ 24.9	+ 2.1	1.1	- 8.3
σ biegung tangential	+ 85.7	+ 21.8	+ 13.6	+ 6.5
σ membran axial	+ 20.8	+ 20.0	+ 18.4	+ 3.0
σ biegung axial	+ 85.8	7.0	+ 2.3	+ 4.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
σ innen tangential	- 37.9	+ 7.9	+ 79.3	- 65.9
σ innen axial	- 7.8	+ 45.6	+ 101.2	- 26.0
σ aussen tangential	- 6.8	- 61.3	- 120.8	1.2
σ aussen axial	22.7	- 58.4	- 106.2	- 26.4
σ membran tangential	- 22.4	- 26.6	- 20.7	- 33.2
σ biegung tangential	+ 15.5	- 34.6	- 100.1	+ 32.0
σ membran axial	- 15.0	- 6.3	- 6.5	- 26.2
σ biegung axial	- 7.7	- 52.0	- 103.7	- .2

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
σ innen tangential	7.8	+ 35.1	- 16.2	- 63.9
σ innen axial	+ 45.8	+ 83.3	+ 4.3	- 30.1
σ aussen tangential	- 32.3	- 93.5	- 1.0	+ 85.3
σ aussen axial	53.9	- 86.6	+ 3.1	+ 63.6
σ membran tangential	- 30.1	- 29.2	- 8.6	+ 10.7
σ biegung tangential	- 22.2	- 64.3	+ 7.5	+ 74.6
σ membran axial	- 4.0	- 1.6	+ 3.7	+ 16.7
σ biegung axial	- 49.9	- 85.0	- .5	+ 46.9

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
σ innen tangential	- 111.0	+ 48.7	- 80.5	+ 8.6
σ innen axial	- 104.6	+ 6.1	- 88.2	- 36.0
σ aussen tangential	+ 239.5	- 8.7	+ 122.1	+ 91.8
σ aussen axial	+ 144.8	+ 8.2	+ 128.8	+ 93.8
σ membran tangential	+ 64.2	+ 20.0	+ 20.8	+ 30.2
σ biegung tangential	+ 175.3	- 28.7	+ 101.3	+ 21.6
σ membran axial	+ 28.8	+ 7.1	+ 24.2	+ 28.9
σ biegung axial	+ 124.[illegible]	+ 1.8	+ 104.5	+ 64.9

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
σ innen tangential	- 88.4	- 24.7	- 22.8	+ .0
σ innen axial	- 66.1	+ 26.1	+ 12.4	+ .0
σ aussen tangential	+ 133.7	+ 33.9	+ 19.9	+ .0
σ aussen axial	+ 104.4	+ 14.8	+ 21.8	+ .0
σ membran tangential	+ 26.6	+ 4.5	- 1.4	+ .0
σ biegung tangential	+ 107.1	+ 29.3	+ 21.3	+ .0
σ membran axial	+ 19.1	+ 20.5	+ 17.1	+ .0
σ biegung axial	+ 85.3	- 5.6	+ 4.6	+ .0

Tab. 12-8: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 12/16 bei Biegemomentenbelastung (M_{12} = 848 Nm, M_{16} = 828 Nm)

```
*************************
*                       *
*  MESSBEREICH  1   5   *
*                       *
*  MESSUNG  F NR03 LA80 *
*                       *
*                       *
*************************
```

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
d innen.tangential	51.2	50.3	51.3	23.2
d innen.axial	15.0	16.3	16.6	6.1
d aussen.tangential	4.5	3.0	2.6	33.4
d aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran tangential	[illegible]	26.5	[illegible]	28.3
d biegeunp.tangential	23.3	23.6	[illegible]	5.0
d membran.axial	[illegible]	8.6	[illegible]	5.5
d biegeunp.axial	[illegible]	7.7	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
d innen.tangential	8.6	54.3	54.[illegible]	51.5
d innen.axial	11.3	16.4	18.3	17.4
d aussen.tangential	20.4	4.8	4.4	9.2
d aussen.axial	4.2	2.5	1.0	4.8
d membran tangential	29.7	29.5	33.6	30.4
d biegeunp.tangential	9.0	24.7	25.1	21.1
d membran.axial	7.6	8.4	9.[illegible]	11.1
d biegeunp.axial	3.5	7.9	8.6	6.2

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
d innen.tangential	49.[illegible]	56.4	59.2	69.6
d innen.axial	18.3	20.6	17.3	21.3
d aussen.tangential	1.6	6.0	1.6	5.6
d aussen.axial	12.1	1.[illegible]	2.[illegible]	1.9
d membran.tangential	30.[illegible]	31.2	30.5	31.3
d biegeunp.tangential	19.0	28.[illegible]	20.[illegible]	[illegible]
d membran.axial	15.[illegible]	10.5	9.6	9.6
d biegeunp.axial	[illegible]	8.[illegible]	7.[illegible]	11.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
d innen.tangential	40.[illegible]	34.8	30.6	26.5
d innen.axial	14.[illegible]	35.2	20.[illegible]	[illegible]
d aussen.tangential	15.[illegible]	13.4	4.[illegible]	30.4
d aussen.axial	[illegible]	4.5	1.3	26.6
d membran tangential	28.[illegible]	30.[illegible]	33.2	28.5
d biegeunp.tangential	12.4	44.[illegible]	17.4	[illegible]
d membran.axial	[illegible]	10.1	13.0	[illegible]
d biegeunp.axial	[illegible]	25.0	9.[illegible]	12.6

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
d innen.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.7
d innen.axial	[illegible]	12.4	[illegible]	[illegible]
d aussen.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24.[illegible]
d biegeunp.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
d innen.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	30.3
d innen.axial	[illegible]	4.8	[illegible]	[illegible]
d aussen.tangential	[illegible]	[illegible]	41.3	37.4
d aussen.axial	[illegible]	40.0	41.1	31.0
d membran.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	33.8
d biegeunp.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
d innen.tangential	[illegible]	2.[illegible]	[illegible]	[illegible]
d innen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d aussen.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d aussen.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
d innen.tangential	32.4	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d innen.axial	15.7	[illegible]	15.4	[illegible]
d aussen.tangential	25.8	[illegible]	20	[illegible]
d aussen.axial	9.7	[illegible]	11	[illegible]
d membran.tangential	28.7	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.tangential	- 3.7	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d membran.axial	- 12.7	[illegible]	[illegible]	[illegible]
d biegeunp.axial	- 3.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
d innen.tangential	[illegible]	34	0
d innen.axial	[illegible]	14	0
d aussen.tangential	[illegible]	[illegible]	0
d aussen.axial	8.3	[illegible]	0
d membran.tangential	[illegible]	[illegible]	0
d biegeunp.tangential	[illegible]	[illegible]	0
d membran.axial	[illegible]	[illegible]	0
d biegeunp.axial	4.6	[illegible]	0

Tab. 12-9: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 1/5 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,7 bar)

SPANNUNG IN N/MM2	17	18	19	20
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø äusser. axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø mittlerer tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø innen. tangential	19.[illegible]	21.1	20.7	16.6
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	31.[illegible]	18.2	[illegible]	27.2
[illegible]	23.	1.4	[illegible]	[illegible]
[illegible]	25.	27.7	[illegible]	[illegible]
Ø biegung. tangential	5.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø mittler. axial	12.[illegible]	17.4	11.4	[illegible]
Ø biegung. axial	12.[illegible]	15.0	10.9	17.6

SPANNUNG IN N/MM2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø innen. tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø innen. axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø äusser. tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø äusser. axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø mittler. tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø biegung. tangential	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø mittler. axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Ø biegung. axial	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM2	29	30	31	32
Ø innen. tangential	+ 24.2	+ 20.6	+ 26.0	+ 22.7
Ø innen. axial	+ 16.7	+ 12.3	+ 12.0	+ 14.1
Ø äusser. tangential	+ 35.8	+ 40.1	+ 28.0	+ 19.6
Ø äusser. axial	+ 18.7	+ 22.7	+ 21.0	+ 14.1
Ø mittler. tangential	+ 30.0	+ 30.4	+ 27.4	+ 21.2
Ø biegung. tangential	+ 5.0	+ 9.7	+ .6	[illegible]
Ø mittler. axial	+ 17.7	+ 18.0	+ 16.9	+ 14.[illegible]
Ø biegung. axial	+ 1.0	+ 4.6	+ 4.9	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM2	33	34	35
Ø innen. tangential	+ 21.2	+ 24.9	+ 22.2	+ .0
Ø innen. axial	+ 12.2	+ 16.6	+ 13.0	+ .0
Ø äusser. tangential	+ 25.6	+ 30.9	+ 31.3	+ .0
Ø äusser. axial	+ 16.0	+ 18.2	+ 18.5	+ .0
Ø mittler. tangential	+ 20.4	+ 27.[illegible]	+ 26.[illegible]	+ .0
Ø biegung. tangential	+ 7.2	+ 2.2	+ 4.5	+ .0
Ø mittler. axial	+ 14.5	+ 17.4	+ 15.0	+ .0
Ø biegung. axial	+ 2.3	+ .8	+ 2.7	+ .0

Tab. 12-10: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 2/6 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,6 bar)

MESSBEREICH 3 ?

MESSUNG F HR02 LA81

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 1	2	3	4
σ innen.tangential	+ 12.2	+ 15.7	+ 9.2	+ 31.5
σ innen.axial	+ 13.1	+ 13.0	+ 12.7	+ 16.0
σ aussen.tangential	+ 40.2	+ 37.4	+ 33.6	+ 31.2
σ aussen.axial	+ 21.[illegible]	+ 20.5	+ 19.[illegible]	+ 18.0
σ membran.tangential	+ 26.4	+ 26.5	+ 26.4	+ 25.3
σ biegung.tangential	+ 13.9	+ 10.9	+ 13.[illegible]	+ 4.1
σ membran.axial	+ 17.[illegible]	+ 18.3	+ 17.[illegible]	+ 14.0
σ biegung.axial	+ 4.0	+ 4.2	+ 4.9	1.5

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 5	6	7	8
σ innen.tangential	+ 10.9	- 1.0	+ 5.9	+ 9.9
σ innen.axial	+ 10.4	+ 7.5	+ 9.5	+ 8.3
σ aussen.tangential	+ 41.6	+ 53.6	+ 42.[illegible]	+ [illegible].9
σ aussen.axial	+ 21.5	+ 28.7	+ 25.6	+ 21.8
σ membran.tangential	+ 26.2	+ 25.9	+ 24.4	+ 19.9
σ biegung.tangential	+ 15.3	+ 27.7	+ 19.7	+ 4.9
σ membran.axial	+ 16.0	+ 18.1	+ 19.1	+ 18.0
σ biegung.axial	+ 5.5	+ 10.5	+ 16.5	+ 9.7

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 9	10	11	12
σ innen.tangential	+ 7.8	21.4	- 24.3	- 24.4
σ innen.axial	+ 9.2	- .3	- 1.0	- 1.7
σ aussen.tangential	+ 46.[illegible]	+ 79.0	+ 27.8	+ 82.4
σ aussen.axial	+ 25.6	+ 33.[illegible]	- 1.0	+ 34.[illegible]
σ membran.tangential	+ 27.2	+ 28.6	+ 1.6	+ 28.9
σ biegung.tangential	+ 19.4	+ 58.2	+ 25.2	+ 53.4
σ membran.axial	+ 17.5	+ 16.4	- .[illegible]	+ 16.5
σ biegung.axial	- 8.2	+ 18.7	- .4	+ 18.2

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 13	14	15	16
σ innen.tangential	+ 15.6	- 13.6	+ 2.2	+ 16.0
σ innen.axial	+ [illegible]	+ .0	+ 3.1	+ 13.1
σ aussen.tangential	+ 38.4	+ 68.2	+ 42.[illegible]	+ 27.[illegible]
σ aussen.axial	+ 21.[illegible]	+ 36.8	+ 34.9	+ 22.7
σ membran.tangential	+ 27.1	+ 2.3	+ 28.1	+ 19.8
σ biegung.tangential	+ 11.4	+ 48.5	+ 28.8	+ 2.8
σ membran.axial	+ 16.8	+ 19.4	+ 19.2	+ 17.9
σ biegung.axial	+ 4.4	+ 19.4	+ 15.6	+ 4.7

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 17	18	19	20
σ innen.tangential	+ 1.5	+ 6.[illegible]	+ 12.4	+ [illegible]
σ innen.axial	+ 4.9	+ 1[illegible]	+ 13.[illegible]	+ [illegible]
σ aussen.tangential	+ 3.1	+ [illegible]	+ 14.1	+ 2.9
σ aussen.axial	+ 3.4	+ [illegible]	+ 3.1	+ 8.[illegible]
σ membran.tangential	+ 2.3	+ [illegible]	+ 13.2	+ 40.1
σ biegung.tangential	+ [illegible]	+ 19.[illegible]	- .8	+ [illegible]
σ membran.axial	+ .7	+ 16.0	+ 8.4	+ 14.5
σ biegung.axial	- 4.[illegible]	+ [illegible]	- 5.2	+ 1[illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 21	22	23	24
σ innen.tangential	+ 23.0	+ 19.9	+ 19.4	+ 17.[illegible]
σ innen.axial	+ .8	+ .7	- 1.3	+ [illegible]
σ aussen.tangential	+ 32.1	+ 31.8	+ 29.2	+ 24.8
σ aussen.axial	+ 25.4	+ 24.8	+ 2[illegible].6	+ 21.[illegible]
σ membran.tangential	+ 27.6	+ 25.8	+ 24.3	+ 19.7
σ biegung.tangential	+ 4.5	+ 5.[illegible]	+ 4.8	+ 4.3
σ membran.axial	+ 13.1	+ 12.[illegible]	- 14.6	+ 9.9
σ biegung.axial	+ 1[illegible].3	+ 12.2	+ 13.9	+ 14.6

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 25	26	27	28
σ innen.tangential	+ 18.7	+ 14.4	+ 15.[illegible]	+ 2.3
σ innen.axial	+ .3	+ 5.4	+ [illegible]	+ 7.0
σ aussen.tangential	+ 32.2	+ 47.1	+ 42.[illegible]	+ 37.6
σ aussen.axial	+ 25.0	+ 19.8	+ 1[illegible]	+ 22.1
σ membran.tangential	+ 25.4	+ 30.9	+ 31.[illegible]	+ 21.0
σ biegung.tangential	+ 6.7	+ 16.4	+ 16.1	+ 16.6
σ membran.axial	+ 12.6	+ 12.6	+ 11.9	+ 13.5
σ biegung.axial	+ 12.3	+ 7.2	+ 5.7	+ 6.5

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 29	30	31	32
σ innen.tangential	+ 24.4	+ 6.3	+ 13.3	+ 17.1
σ innen.axial	+ 13.0	+ 4.4	+ 6.8	+ 12.0
σ aussen.tangential	+ 28.1	+ 44.1	+ 34.4	+ 19.7
σ aussen.axial	+ 1.8	+ 25.1	+ 21.9	+ 13.7
σ membran.tangential	+ 2[illegible].2	+ 2[illegible].7	+ 23.8	+ 18.4
σ biegung.tangential	- 2.1	+ 18.9	+ 10.5	+ 1.3
σ membran.axial	+ 7.4	+ 14.7	+ 14.4	+ 12.8
σ biegung.axial	- 5.6	+ 10.3	+ 7.5	+ .8

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 33	34	35
σ innen.tangential	+ 9.8	+ 17.8	+ 22.3	+ .0
σ innen.axial	+ 6.5	+ 12.2	+ 13.6	+ .0
σ aussen.tangential	+ 39.1	+ 34.8	+ 33.4	+ .0
σ aussen.axial	+ 20.8	+ 15.9	+ 16.5	+ .0
σ membran.tangential	+ 24.5	+ 25.3	+ 22.9	+ .0
σ biegung.tangential	+ 14.6	+ 7.4	+ 6.5	+ .0
σ membran.axial	+ 13.6	+ 14.0	+ 15.0	+ .0
σ biegung.axial	+ 7.1	+ .8	+ 1.4	- .0

Tab. 12-11: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 3/7 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,4 bar)

```
+++++++++++++++++++++++++++++
+                           +
+   MESSBEREICH  4     8    +
+                           +
+   MESSUNG  F NR04 LA01    +
+                           +
+++++++++++++++++++++++++++++
```

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	1	2	3	4
σ innen,tangential	+ 51.3	+ 21.2	+ 49.7	+ 47.2
σ innen,axial	+ 18.0	+ 2.6	+ 19.2	+ 19.0
σ aussen,tangential	+ 5.8	+ 34.9	+ 6.0	- .0
σ aussen,axial	+ [illegible]	+ 16.3	+ 4.5	+ [illegible]
σ membran,tangential	+ [illegible]	+ 28.0	+ 27.8	+ 23.6
σ biegung,tangential	- [illegible]	+ 6.0	- 21.8	- 23.6
σ membran,axial	+ 11.0	+ 2.4	+ 11.8	+ 10.8
σ biegung,axial	- [illegible]	+ 6.6	- 7.3	- 8.2

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	5	6	7	8
σ innen,tangential	+ 56.4	+ 46.5	+ 31.6	+ 30.0
σ innen,axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 11.3	+ 10.0
σ aussen,tangential	+ 1.7	+ 12.3	+ 21.9	+ 25.1
σ aussen,axial	+ [illegible]	+ 6.6	+ 16.0	+ 15.3
σ membran,tangential	+ 29.1	+ 29.4	+ 26.7	+ 22.5
σ biegung,tangential	- [illegible]	- 17.0	4.5	+ 2.5
σ membran,axial	+ 11.6	+ 13.3	+ 13.6	+ 12.8
σ biegung,axial	- 8.6	- 4.7	+ [illegible]	+ [illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	9	10	11	12
σ innen,tangential	+ 4.2	+ 41.7	+ 36.8	+ 41.2
σ innen,axial	+ 8.5	+ 16.2	+ 14.5	+ 17.0
σ aussen,tangential	+ [illegible]	+ 21.6	+ 22.1	+ 21.8
σ aussen,axial	+ 13.1	+ 9.7	+ 10.2	+ 9.5
σ membran,tangential	+ [illegible]	+ 31.6	+ 29.4	+ 31.5
σ biegung,tangential	+ 24.0	- 10.0	- 7.3	- 9.6
σ membran,axial	+ 15.8	+ 13.0	+ 12.3	+ 13.3
σ biegung,axial	+ 7.3	- 3.2	- 2.1	- [illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	13	14	15	16
σ innen,tangential	+ 56.8	+ 39.5	+ 36.7	+ 22.1
σ innen,axial	+ 22.6	+ 13.1	+ 13.4	+ 11.7
σ aussen,tangential	+ 3.6	+ 21.1	+ 20.0	+ 23.2
σ aussen,axial	+ 4.4	+ 14.5	+ 15.4	+ 15.3
σ membran,tangential	+ 30.2	+ 30.3	+ 28.3	+ 22.7
σ biegung,tangential	- 26.5	- 9.2	- 8.3	- [illegible]
σ membran,axial	+ 13.7	+ 13.8	+ 14.4	+ 13.5
σ biegung,axial	- 8.8	+ .6	+ [illegible]	+ [illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	17	18	19	20
σ innen,tangential	+ [illegible]	+ 49.6	+ 51.[illegible]	+ [illegible]
σ innen,axial	+ [illegible]	+ 18.7	+ 20.3	+ [illegible]
σ aussen,tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 6.4	+ [illegible]
σ aussen,axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 5.8	+ [illegible]
σ membran,tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 29.1	+ [illegible]
σ biegung,tangential	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	+ [illegible]
σ membran,axial	+ [illegible]	+ 13.5	+ 13.8	+ 11.8
σ biegung,axial	[illegible]	- 7.1	[illegible]	+ 11.1

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	21	22	23	24
σ innen,tangential	+ 26.4	+ 18.9	+ 19.1	+ 52.8
σ innen,axial	- [illegible]	8.2	12.6	+ [illegible]
σ aussen,tangential	+ 32.4	+ 30.6	+ 38.0	+ 33.8
σ aussen,axial	+ [illegible]	+ 15.6	+ 38.5	+ 25.5
σ membran,tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 29.5	+ [illegible]
σ biegung,tangential	+ 2.9	+ 5.8	+ 10.4	9.4
σ membran,axial	+ 11.4	+ 3.5	+ [illegible]	+ 16.5
σ biegung,axial	+ 11.5	+ 12.2	+ 25.6	+ 9.0

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	25	26	27	28
σ innen,tangential	+ 27.0	+ 15.6	+ 21.1	+ [illegible]
σ innen,axial	- 3.5	- 7.9	+ 9.3	+ [illegible]
σ aussen,tangential	+ 30.1	+ 49.3	+ 34.6	+ 31.4
σ aussen,axial	+ 27.2	+ 27.1	+ 13.1	+ 15.6
σ membran,tangential	+ 28.6	+ 32.5	+ 28.0	+ 26.3
σ biegung,tangential	+ 1.5	+ 16.8	+ 6.8	+ 5.0
σ membran,axial	+ 11.8	+ 9.5	+ 11.2	+ 13.1
σ biegung,axial	+ 15.3	+ 17.5	+ 1.9	+ 2.5

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	29	30	31	32
σ innen,tangential	+ 20.2	+ 12.1	+ 20.5	+ 24.5
σ innen,axial	+ 11.0	+ 4.2	+ 12.4	+ 15.2
σ aussen,tangential	+ 30.8	+ 56.0	+ 31.5	+ 23.1
σ aussen,axial	+ 16.3	+ 22.3	+ 15.8	+ 13.0
σ membran,tangential	+ 29.5	+ 34.0	+ 26.0	+ 23.6
σ biegung,tangential	+ 3.2	+ 21.9	+ 5.5	- [illegible]
σ membran,axial	+ 13.6	+ 13.3	+ 14.1	+ 14.5
σ biegung,axial	+ 2.6	+ 9.0	+ 1.7	- [illegible]

MESSORT

SPANNUNG IN N/MM12	33	34	35
σ innen,tangential	+ 23.6	+ 19.4	+ 19.[illegible] + .0
σ innen,axial	+ 10.5	+ 10.2	+ 10.7 + .0
σ aussen,tangential	+ 31.9	+ 35.2	+ 35.0 + .0
σ aussen,axial	+ 18.6	+ 16.8	+ 13.8 + .0
σ membran,tangential	+ 27.7	+ 27.3	+ 27.3 + .0
σ biegung,tangential	+ 4.1	+ [illegible]	+ [illegible] + .0
σ membran,axial	+ 14.5	+ 13.5	+ 12.2 + .0
σ biegung,axial	+ 4.0	+ 3.2	+ 1.5 + .0

Tab. 12-12: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 4/8 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,5 bar)

```
++++++++++++++++++++++++++
+                        +
+  MESSBEREICH  9 . 13   +
+                        +
+  MESSUNG  F NR02 LA02  +
+                        +
++++++++++++++++++++++++++
```

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 1	2	3	4
σ innen.tangential	+ 18.6	+ 64.0	+ 22.3	+ [illegible]
σ innen.axial	+ 20.0	+ 30.4	+ 32.4	+ 10.0
σ aussen.tangential	+ 34.2	+ 23.5	+ 66.9	+ 69.5
σ aussen.axial	+ 35.9	+ 15.0	+ 36.4	+ 17.3
σ membran tangential	+ 46.8	+ 45.9	+ 52.6	+ 48.5
σ biegung tangential	+ 28.1	- 20.5	+ 30.2	+ 31.0
σ membran axial	+ 9.4	+ 22.7	+ 34.4	+ 14.1
σ biegung axial	+ 6.4	- 7.7	+ 1.0	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 5	6	7	8
σ innen.tangential	+ 3.9	+ 21.7	+ 17.0	+ 97.7
σ innen.axial	+ 3.5	+ 7.6	+ 14.9	+ 16.0
σ aussen.tangential	+ 110.7	+ 100.1	- 100.3	+ 8.2
σ aussen.axial	+ 43.7	+ 69.8	+ 104.7	+ 8.8
σ membran tangential	+ [illegible]	+ 68.0	+ 58.7	+ [illegible]
σ biegung tangential	+ [illegible]	+ 39.2	+ 41.6	+ 10.7
σ membran axial	+ 26.6	+ 31.0	+ 44.9	+ [illegible]
σ biegung axial	+ 29.1	+ 38.7	+ 59.8	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 9	10	11	12
σ innen.tangential	+ 57.1	+ 13.2	+ 55.7	+ 78.4
σ innen.axial	+ 4.1	- 6.8	+ 32.0	+ 3[illegible]
σ aussen.tangential	+ 59.0	+ 100.2	+ 39.8	+ 39.6
σ aussen.axial	+ 37.5	+ 66.3	+ 26.3	+ 37.5
σ membran.tangential	+ 58.1	+ 53.1	+ 46.7	+ 59.[illegible]
σ biegung tangential	+ [illegible]	+ 47.0	+ 8.9	+ 19.3
σ membran.axial	+ 20.3	+ [illegible]	+ 29.1	+ 3[illegible]
σ biegung.axial	+ 16.[illegible]	+ 36.6	- 1.0	1

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 13	14	15	16
σ innen.tangential	+ 19.5	+ 51.3	+ 66.4	+ 53.1
σ innen.axial	+ 22.6	+ 38.0	+ 21.5	+ [illegible]
σ aussen.tangential	+ 94.6	+ 33.8	+ 58.[illegible]	+ [illegible]
σ aussen.axial	+ 24.8	+ [illegible]	+ 56.7	+ [illegible]
σ membran.tangential	+ [illegible]	+ 50.6	+ 62.5	+ [illegible]
σ biegung.tangential	+ [illegible]	+ 10.7	+ 3.8	+ [illegible]
σ membran axial	+ [illegible]	+ 25.[illegible]	- 39.1	+ [illegible]
σ biegung axial	+ 1.0	+ 12.3	+ 17.5	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 17	18	19	20
σ innen.tangential	+ 14.1	+ [illegible]	+ 4[illegible].0	+ [illegible]
σ innen.axial	+ [illegible]	+ 30.[illegible]	+ 23.2	+ 13.1
σ aussen.tangential	+ 4[illegible].0	+ [illegible]	+ 4[illegible]	+ 50.[illegible]
σ aussen.axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 30.[illegible]	+ 29.[illegible]
σ membran tangential	+ [illegible]	+ 10.[illegible]	+ 4[illegible].1	+ 55.0
σ biegung.tangential	+ [illegible]		+ [illegible].9	+ [illegible]
σ membran.axial	+ 30.[illegible]	+ 34.[illegible]	+ 2[illegible].7	+ 21.[illegible]
σ biegung.axial	+ [illegible]	+ [illegible].4	+ [illegible].5	+ 8.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 21	22	23	24
σ innen.tangential	+ 40.6	+ 19.[illegible]	+ [illegible]	+ [illegible]
σ innen.axial	+ 1.9	+ 16.8	+ [illegible]	+ 15.[illegible]
σ aussen.tangential	+ 6[illegible].0	+ [illegible]	+ 1[illegible].[illegible]	+ [illegible]
σ aussen.axial	+ 39.0	+ [illegible]	+ 11.[illegible]	+ 38.[illegible]
σ membran.tangential	+ 55.3	+ [illegible]	+ [illegible].4	+ [illegible]
σ biegung.tangential	+ 6.[illegible]	+ 11.[illegible]	+ 60.[illegible]	+ 1.[illegible]
σ membran.axial	+ 28.5	+ [illegible]	+ 55.0	+ 16.[illegible]
σ biegung.axial	+ [illegible]	+ 48.0	+ 6.1	+ 15.6

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 25	26	27	28
σ innen.tangential	+ 43.4	+ 43.[illegible]	+ [illegible].1	+ 110.9
σ innen.axial	+ [illegible]	+ [illegible].8	+ [illegible].2	+ 40.0
σ aussen.tangential	+ [illegible].1	+ [illegible].4	+ 48.8	+ [illegible].4
σ aussen.axial	+ [illegible].6	+ [illegible]	+ [illegible].1	+ 10.[illegible]
σ membran tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ [illegible].4	+ [illegible]
σ biegung tangential	+ [illegible]	+ [illegible].8	- 20.6	+ [illegible]
σ membran axial	+ [illegible].0	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 36.[illegible]
σ biegung axial	+ [illegible]	+ [illegible].5		+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 29	30	31	32
σ innen tangential	+ 32.4	+ 119.3	+ 11[illegible].2	+ 4[illegible]
σ innen axial	+ 40.6	+ 66.5	+ 40.1	+ [illegible].0
σ aussen.tangential	+ [illegible].0	+ 7.[illegible]	+ 19.4	+ [illegible]
σ aussen.axial	+ 1[illegible].1	+ 11.6	+ [illegible].4	+ [illegible]
σ membran.tangential	+ [illegible]	+ 55.8	+ [illegible].6	+ [illegible]
σ biegung.tangential	+ 14.7	+ 3.4	- [illegible].4	+ 10.4
σ membran.axial	+ 2[illegible].3	+ 7.5	+ 37.4	+ 39.[illegible]
σ biegung.axial	+ [illegible]	+ 39.2	- [illegible].5	+ 46.3

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 33	34	35
σ innen tangential	+ 152.[illegible]	+ 39.6	+ 11[illegible].7
σ innen.axial	+ 56.5	+ [illegible].1	+ 48.8
σ aussen tangential	- 14.5	- 11.5	26.8
σ aussen.axial	- [illegible].4	+ 8.7	[illegible].3
σ membran tangential	+ 58.9	+ 14.0	+ 42.9
σ biegung tangential	42.5	57.6	69.8
σ membran axial	+ 24.4	+ [illegible].9	+ 24.2
σ biegung axial	32.0	21.[illegible]	- 24.5

Tab. 12-13: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 9/13 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,0 bar)

```
*************************
*                       *
*  MESSBEREICH 10   14  *
*                       *
*  MESSUNG P MAX. 3,1BAR *
*                       *
*************************
```

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
d innen.tangential	+ 62.9	+ 26.4	+ 60.9	+ 84.3
d innen.axial	+ 38.7	+ 43.3	+ 47.7	+ 24.6
d aussen.tangential	+ 38.0	+ 78.4	+ 38.7	+ 15.2
d aussen.axial	+ 25.9	+ 59.4	+ 21.7	7.0
d membran.tangential	+ 50.5	+ 52.4	+ 43.6	+ 49.8
d biegung.tangential	12.4	+ 26.0	- 11.1	- 34.5
d membran.axial	+ 32.3	+ 51.3	+ 34.7	+ 6.3
d biegung.axial	- 6.3	+ 8.0	13.0	15.8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
d innen.tangential	+ 67.5	+ 37.1	+ 5.6	+ 20.6
d innen.axial	+ 32.6	+ 30.1	- 3.5	+ 14.4
d aussen.tangential	+ 25.9	+ 67.7	+ 101.1	+ 78.6
d aussen.axial	+ 10.2	+ 47.0	+ 101.6	+ 110.9
d membran.tangential	+ 46.7	+ 52.4	+ 53.3	+ 49.3
d biegung.tangential	20.7	+ 15.2	+ 47.7	+ 28.7
d membran.axial	+ 21.4	+ 38.5	+ 49.0	+ 62.7
d biegung.axial	- 11.1	+ 8.4	+ 52.5	+ 48.2

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
d innen.tangential	+ 2.0	- 15.7	- 20.9	- 7.9
d innen.axial	+ 25.4	+ 3.0	+ 5.2	- 1.2
d aussen.tangential	+ 117.3	+ 126.0	+ 123.5	+ 126.8
d aussen.axial	+ 67.2	+ 68.4	+ 49.3	+ 58.7
d membran.tangential	+ 59.7	+ 55.5	+ 51.2	+ 50.4
d biegung.tangential	+ 57.6	+ 71.3	+ 72.2	+ 67.3
d membran.axial	+ 46.3	+ 31.7	+ 27.1	+ 28.7
d biegung.axial	+ 28.9	+ 20.7	+ 22.0	+ 29.8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
d innen.tangential	+ 61.2	+ 4.6	+ 18.3	+ 49.3
d innen.axial	+ 31.6	+ 2.2	+ 3.1	+ 17.8
d aussen.tangential	+ 47.3	+ 107.1	+ 93.9	+ 70.5
d aussen.axial	+ 15.7	+ 67.2	+ 84.0	+ 112.3
d membran.tangential	+ 54.3	+ 55.8	+ 56.1	+ 59.9
d biegung.tangential	- 6.9	+ 51.2	+ 37.7	+ 10.6
d membran.axial	+ 23.6	+ 34.7	+ 42.6	+ 47.1
d biegung.axial	- 7.9	+ 32.4	+ 40.4	+ 47.1

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
d innen.tangential	+ 8.0	+ 40.4	+ 45.2	+ 37.6
d innen.axial	17.	+ 34.6	+ 36.7	+ .0
d aussen.tangential	+ 115.8	+ 44.7	+ 58.4	+ 36.1
d aussen.axial	+ 79.4	+ 2.5	+ 32.2	+ 10.7
d membran.tangential	+ 61.7	+ 42.5	+ 51.8	+ 37.0
d biegung.tangential	+ 53.4	+ 2.1	+ 6.6	.0
d membran.axial	+ 53.1	+ 43.6	+ 34.4	+ 5.4
d biegung.axial	+ 26.0	31.0	- 2.2	+ 5.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
d innen.tangential	+ 21.3	+ 23.3	+ 15.1	+ 4.6
d innen.axial	5.1	6.3	- 23.7	33.6
d aussen.tangential	+ 35.0	+ 39.2	+ 45.1	+ 45.9
d aussen.axial	+ 11.6	+ 33.8	+ 79.1	+ 83.6
d membran.tangential	+ 28.1	+ 31.2	+ 30.1	+ 25.2
d biegung.tangential	+ 6.8	+ 7.9	+ 14.9	+ 20.6
d membran.axial	+ 3.2	+ 13.7	+ 24.7	+ 24.9
d biegung.axial	+ 8.4	+ 20.1	+ 54.4	+ 58.6

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
d innen.tangential	+ 44.1	+ 35.6	+ 47.3	+ 91.0
d innen.axial	+ 12.2	+ 8.1	+ 10.1	+ 51.5
d aussen.tangential	+ 60.1	+ 76.9	+ 51.8	- 1.5
d aussen.axial	+ 43.8	+ 23.0	+ 18.3	+ .7
d membran.tangential	+ 52.1	+ 56.2	+ 49.5	+ 44.7
d biegung.tangential	+ 8.0	+ 20.6	+ 2.2	- 46.3
d membran.axial	+ 28.8	+ 15.6	+ 18.2	+ 26.1
d biegung.axial	+ 15.7	+ 7.4	+ .0	- 25.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
d innen.tangential	- 15.5	+ 115.7	+ 94.3	+ 48.0
d innen.axial	+ 18.9	+ 37.5	+ 19.1	+ 18.0
d aussen.tangential	+ 120.5	+ 13.4	+ 46.4	+ 53.3
d aussen.axial	+ 42.4	+ 29.8	+ 61.3	+ 52.7
d membran.tangential	+ 52.4	+ 64.5	+ 70.3	+ 50.7
d biegung.tangential	+ 68.0	- 51.1	- 23.9	+ 2.6
d membran.axial	+ 30.7	+ 33.6	+ 40.2	+ 35.4
d biegung.axial	+ 11.7	- 3.8	+ 21.0	+ 17.3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
d innen.tangential	+ 20.7	+ 77.6	+ 64.7	+ .0
d innen.axial	+ 39.4	+ 54.2	+ 40.3	+ .0
d aussen.tangential	+ 61.8	+ 21.5	+ 37.9	+ .0
d aussen.axial	+ 28.0	+ 72.6	+ 43.0	+ .0
d membran.tangential	+ 41.3	+ 49.6	+ 51.3	+ .0
d biegung.tangential	+ 20.5	28.0	- 13.3	+ .0
d membran.axial	+ 33.7	+ 38.4	+ 41.7	+ .0
d biegung.axial	- 5.6	- 15.7	+ 1.3	+ .0

Tab. 12-14: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 10/14 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,1 bar)

```
++++++++++++++++++++++++++
+                        +
+  MESSBEREICH  11 , 15  +
+                        +
+  MESSUNG  F NR02 LAB2  +
+                        +
++++++++++++++++++++++++++
```

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 1	2	3	4
d innen tangential	+ 47.9	+ 27.9	+ 47.0	+ 35.8
d innen axial	+ 25.8	+ 38.7	+ 42.6	+ 28.7
d aussen tangential	+ 53.2	+ 20.0	+ 49.8	+ 11.3
d aussen axial	+ 30.4	+ 41.8	+ 21.1	+ 1.5
d membran tangential	+ 58.5	+ 40.9	+ 48.4	+ 48.6
d biegung tangential	- 2.6	+ 21.0	+ 1.3	- 5.2
d membran axial	+ 33.1	+ 40.2	+ 31.8	+ 15.1
d biegung axial	- 2.6	+ 1.5	- 10.7	[illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 5	6	7	8
d innen tangential	+ 61.1	+ 33.2	+ 15.2	4.6
d innen axial	+ 33.4	+ 22.3	+ 9.3	8.5
d aussen tangential	+ 41.4	+ 57.9	+ 33.6	+ 51.[illegible]
d aussen axial	+ 18.8	+ 32.9	+ 23.1	[illegible]
d membran tangential	+ 51.3	+ 50.6	+ 42.9	+ 42.3
d biegung tangential	- 9.9	- 12.3	+ 11.6	+ 41.0
d membran axial	+ 26.1	+ 32.8	+ 41.5	+ 44.0
d biegung axial	- 6.3	+ 2.1	+ 11.6	+ 52.5

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 9	10	11	12
d innen tangential	+ 28.9	6.6	14.2	38.2
d innen axial	+ 29.6	+ 5.9	1.1	9.6
d aussen tangential	+ [illegible]	+ 112.5	+ 126.0	+ 157.4
d aussen axial	+ 30.1	+ 55.3	+ 34.6	[illegible]
d membran tangential	+ 53.8	+ 52.9	+ 55.8	+ 59.4
d biegung tangential	+ 24.1	+ 50.5	+ 70.1	+ 92.8
d membran axial	+ 39.4	+ 30.9	+ 21.8	+ 26.0
d biegung axial	+ 16.7	+ 25.0	+ 22.5	+ 38.7

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 13	14	15	16
d innen tangential	+ 51.6	15.2	+ 9.9	+ 24.9
d innen axial	+ 26.4	+ 11.7	+ 15.2	+ 10.6
d aussen tangential	+ 42.8	+ 107.9	+ [illegible]	+ 36.3
d aussen axial	+ 16.2	+ 52.1	+ 55.5	+ 53.9
d membran tangential	+ 45.2	+ 46.3	+ 43.6	+ 38.6
d biegung tangential	4.3	+ 61.5	+ 3.8	+ [illegible]
d membran axial	+ 21.3	+ 34.7	+ 23.3	+ 32.2
d biegung axial	[illegible]	+ 22.9	+ 22.1	+ 21.6

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 17	18	19	20
d innen tangential	+ 16.7	+ 18.[illegible]	+ 17.[illegible]	+ 31.9
d innen axial	+ 31.1	+ 24.3	+ 22.8	+ 1.2
d aussen tangential	+ 41.0	+ [illegible]	+ 77.4	+ 44.4
d aussen axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 30.[illegible]	+ 24.0
d membran tangential	+ [illegible]	+ 4[illegible]	+ 47.[illegible]	+ 41.2
d biegung tangential	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 29.[illegible]	+ [illegible]
d membran axial	+ [illegible]	+ [illegible]	+ 26.[illegible]	15.1
d biegung axial	+ 16.1	+ [illegible]	+ 3.[illegible]	14.9

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 21	22	23	24
d innen tangential	+ 35.7	+ 43.6	+ 32.6	+ 10.3
d innen axial	+ 3.9	+ 12.2	+ 2.[illegible]	[illegible]
d aussen tangential	+ 49.2	+ 48.7	+ 36.[illegible]	+ 15.5
d aussen axial	+ 44.2	+ 49.0	+ 56.3	+ 47.1
d membran tangential	+ 42.4	+ 42.1	+ 34.[illegible]	+ [illegible]
d biegung tangential	+ [illegible]	- 1.7	+ 1.[illegible]	12.7
d membran axial	+ 24.0	+ 30.[illegible]	+ 29.[illegible]	+ 3.0
d biegung axial	+ 20.1	+ 18.3	+ 27.1	+ [illegible]

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 25	26	27	28
d innen tangential	+ 41.5	+ 42.4	+ 42.8	+ 102.4
d innen axial	+ 2.1	+ 13.5	+ 2.0	+ 32.2
d aussen tangential	+ 4.[illegible]	+ 2.5	+ 28.7	+ 20.8
d aussen axial	+ 2.[illegible]	+ 18.4	+ 15.8	+ 11.0
d membran tangential	+ 37.[illegible]	+ 34.4	+ 45.7	+ 61.[illegible]
d biegung tangential	+ [illegible]	- 12.3	17.0	41.[illegible]
d membran axial	- 14.[illegible]	+ 14.[illegible]	+ 20.9	+ 24.4
d biegung axial	+ 8.3	+ 1.4	+ 5.1	13.3

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 29	30	31	32
d innen tangential	+ 75.1	+ 107.6	+ 30.9	+ 45.6
d innen axial	+ 32.1	+ 19.1	+ 13.2	+ 10.7
d aussen tangential	+ 72.[illegible]	+ 25.6	+ [illegible]	+ [illegible]
d aussen axial	+ 4.8	+ 38.7	+ 41.8	+ [illegible]
d membran tangential	+ 48.7	+ 46.6	+ 60.9	+ 50.3
d biegung tangential	26.4	- 41.0	- 30.0	+ 5.3
d membran axial	+ 18.6	+ 32.[illegible]	+ 37.5	+ 40.2
d biegung axial	13.7	- 1.7	+ 4.[illegible]	30.0

SPANNUNG IN N/MM†2	MESSORT 33	34	35
d innen tangential	49.4	+ 96.9	+ 97.3	+ [illegible]
d innen axial	+ 8.2	+ 44.1	+ 40.1	+ [illegible]
d aussen tangential	+ 138.2	+ 1.2	3.4	+ [illegible]
d aussen axial	+ 41.8	+ 9.3	+ 4.4	+ [illegible]
d membran tangential	+ 44.4	+ 42.0	+ 43.9	+ [illegible]
d biegung tangential	+ 33.8	- 45.6	53.4	+ [illegible]
d membran axial	+ 25.0	+ 20.7	+ 2.3	+ [illegible]
d biegung axial	- 16.5	- 17.9	1.8	+ [illegible]

Tab. 12-15: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 11/15 bei Innendruckbeanspruchung (p = 3,0 bar)

```
*************************
*                       *
*  MESSBEREICH  1. . 16 *
*                       *
*  MESSUNG  F NR01 LA01 *
*                       *
*************************
```

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
σ innen.tangential	+ 39.6	+ 42.2	+ 35.0	+ 27.1
σ innen.axial	+ 19.1	+ 16.4	+ 26.6	+ 21.9
σ aussen tangential	+ 23.0	+ 18.4	+ 19.6	+ 33.3
σ aussen.axial	+ 16.1	+ 9.7	+ 12.6	+ 14.4
σ membran tangential	+ 31.5	+ 30.3	+ 27.7	+ 30.2
σ biegung.tangential	8.4	- 11.9	- 9.1	+ 3.0
σ membran.axial	+ 17.6	+ 13.1	+ 19.6	+ 17.2
σ biegung.axial	1.5	- 3.3	- 6.9	- 4.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
σ innen tangential	+ 36.0	+ 40.1	+ 23.7	+ 55.9
σ innen.axial	+ 22.8	- 14.5	- 1.0	+ 23.5
σ aussen.tangential	+ 33.7	+ 34.3	+ 49.7	+ 21.2
σ aussen.axial	+ 18.9	+ 36.2	+ 57.5	+ 16.6
σ membran tangential	+ 34.9	+ 37.2	+ 36.7	+ 38.6
σ biegung.tangential	- 1.1	- 2.9	+ 12.9	- 17.3
σ membran.axial	+ 20.8	+ 25.3	+ 28.2	+ 20.0
σ biegung.axial	- 1.9	+ 10.8	+ 29.2	- 3.4

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
σ innen.tangential	+ 43.9	+ 43.6	+ 81.8	+ 60.8
σ innen.axial	+ 13.5	+ 15.2	+ 36.3	+ 37.7
σ aussen tangential	+ 28.1	+ 25.3	- 6.7	+ 5.2
σ aussen.axial	+ 15.6	+ 34.3	+ 10.4	+ 17.3
σ membran.tangential	+ 36.0	+ 33.5	+ 37.5	+ 33.0
σ biegung.tangential	- 7.9	- 4.1	- 44.3	- 27.7
σ membran.axial	+ 14.5	+ 24.7	+ 23.4	+ 27.5
σ biegung.axial	+ 1.0	+ 9.5	12.9	- 18.2

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
σ innen.tangential	+ 64.9	+ 69.9	+ 40.8	+ 23.8
σ innen.axial	+ 38.3	+ 45.4	+ 10.3	+ 21.5
σ aussen.tangential	2.2	+ 3.0	+ 34.5	+ 24.1
σ aussen.axial	+ .1	+ 2.0	+ 49.5	+ 18.4
σ membran.tangential	+ 31.3	+ 36.5	+ 37.7	+ 24.0
σ biegung.tangential	33.6	- 33.4	- 3.1	+ .1
σ membran axial	+ 19.2	+ 23.7	+ 29.9	+ 20.0
σ biegung.axial	19.1	- 21.7	+ 19.5	- 1.5

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
σ innen.tangential	+ 23.2	+ 55.2	+ 66.8	+ 36.0
σ innen.axial	+ 10.9	+ 30.5	+ 27.1	+ 20.8
σ aussen tangential	+ 4.1	+ 5.4	- .6	+ 4.2
σ aussen.axial	+ 19.1	+ 13.1	+ 10.5	+ 34.3
σ membran tangential	+ 1.7	+ 38.6	+ 33.0	+ 32.6
σ biegung tangential	+ 4.8	- 25.1	33.7	+ 3.5
σ membran.axial	+ 10.5	+ 21.6	+ 18.7	+ 27.6
σ biegung axial	4	8.6	8.4	+ 6.8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
σ innen.tangential	+ 35.5	+ 13.5	- 1.1	+ 33.5
σ innen.axial	+ 9.1	- 15.5	- 31.8	+ 13.3
σ aussen.tangential	+ 29.7	+ 58.0	+ 58.0	+ 33.0
σ aussen.axial	+ 13.6	+ 28.6	+ 46.1	+ 23.1
σ membran.tangential	+ 32.6	+ 31.7	+ 28.4	+ 33.2
σ biegung.tangential	2.8	+ 14.2	+ 29.6	- .2
σ membran.axial	+ 11.4	+ 6.5	+ 7.1	+ 18.2
σ biegung.axial	+ 2.2	+ 22.8	+ 38.9	+ 4.9

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
σ innen.tangential	+ 24.6	+ 6.5	+ .2	- 20.8
σ innen.axial	+ 14.1	- 31.2	+ .6	- 6.4
σ aussen.tangential	+ 34.3	+ 72.8	+ 66.0	+ 70.3
σ aussen.axial	+ 51.9	+ 43.8	+ 18.0	+ 34.9
σ membran tangential	+ 34.5	+ 39.7	+ 33.1	+ 24.7
σ biegung tangential	- .1	+ 33.1	+ 32.8	+ 45.6
σ membran.axial	+ 33.0	+ 6.2	+ 9.3	+ 14.2
σ biegung.axial	+ 18.9	+ 37.5	+ 8.6	+ 20.6

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
σ innen.tangential	- 85.9	+ 29.6	- 29.9	+ 25.2
σ innen.axial	- 51.0	+ 13.4	+ 17.8	+ 29.2
σ aussen tangential	+ 201.6	+ 7.5	+ 62.2	+ 19.6
σ aussen.axial	+ 87.4	+ 6.2	+ 11.1	+ 16.9
σ membran.tangential	+ 57.8	+ 28.1	+ 16.1	+ 22.4
σ biegung tangential	+ 143.7	- 1.0	+ 46.0	- 2.8
σ membran.axial	+ 18.2	+ 9.8	+ 14.5	+ 23.1
σ biegung axial	+ 69.2	- 3.6	- 3.3	- 6.1

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
σ innen.tangential	+ 19.4	- 42.7	- 56.7	+ .0
σ innen.axial	- 3.6	- 4.6	- 15.3	+ .0
σ aussen.tangential	+ 49.0	+ 100.6	+ 130.5	+ .0
σ aussen.axial	+ 52.8	+ 43.9	+ 58.4	+ .0
σ membran.tangential	+ 34.2	+ 32.9	+ 36.8	+ .0
σ biegung.tangential	+ 14.7	+ 75.6	+ 93.6	+ .0
σ membran.axial	+ 24.5	+ 19.6	+ 21.5	+ .0
σ biegung.axial	+ 28.2	+ 24.3	+ 36.9	+ .0

Tab. 12-16: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 12/16 bei Innendruckbeanspruchung (p = 2,0 bar)

MESSBEREICH 10 14

MESSUNG F NR02 LA14

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 1	2	3	4
∅ innen tangential	+ 61.7	+ 53.1	+ 50.4	+ 56.1
∅ innen axial	+ 25.4	+ 21.1	+ 23.2	+ 29.4
∅ aussen tangential	+ 43.5	+ 61.3	+ 42.9	+ 39.9
∅ aussen axial	+ 21.9	+ 34.6	+ 26.3	+ 30.2
∅ membran tangential	+ 52.6	+ 57.2	+ 48.6	+ 48.0
∅ biegung tangential	9.1	+ 4.0	- 5.3	- 8.0
∅ membran axial	+ 23.6	+ 23.8	+ 24.7	+ 29.8
∅ biegung axial	1.7	+ 6.7	+ 1.5	+ .3

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 5	6	7	8
∅ innen tangential	+ 17.3	+ 18.0	+ 42.9	+ 11.2
∅ innen axial	+ 24.4	+ 30.5	+ 4[illegible]	+ 42.8
∅ aussen tangential	+ 58.0	+ 48.8	+ 13.[illegible]	+ [illegible].2
∅ aussen axial	+ 34.5	+ 23.7	+ 4.0	- 5.5
∅ membran tangential	+ 37.7	+ 28.4	+ 28.3	+ 14.2
∅ biegung tangential	+ 20.3	+ 11.4	- 16.5	- 3.0
∅ membran axial	+ 29.4	+ 27.1	+ 25.9	+ 20.1
∅ biegung axial	+ 5.0	- 3.4	- 21.8	20.7

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 9	10	11	12
∅ innen tangential	- 24.5	+ 8.4	- 30.8	- 34.3
∅ innen axial	+ 23.8	+ 37.5	+ 11.3	- 39.7
∅ aussen tangential	+ 33.5	+ 45.3	+ 125.0	+ 257.2
∅ aussen axial	+ 45.5	+ 53.1	+ 52.1	+ 126.4
∅ membran tangential	+ 29.4	+ 26.5	+ 46.1	+ 111.1
∅ biegung tangential	+ 54.0	+ 18.4	+ 76.3	+ 146.1
∅ membran axial	+ 34.7	+ 31.3	+ 31.[illegible]	+ 43.3
∅ biegung axial	+ 18.8	6.2	+ 20.[illegible]	+ 83.0

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 13	14	15	16
∅ innen tangential	+ 116.2	- 51.5	- 27.4	+ 68.6
∅ innen axial	+ 48.[illegible]	- 63.[illegible]	- 45.9	+ 11.2
∅ aussen tangential	+ 27.[illegible]	+ 235.[illegible]	+ 284.5	+ 137.9
∅ aussen axial	1.2	+ 155.6	+ 133.3	+ 240.9
∅ membran tangential	+ 71.6	- 92.0	- 53.5	+ 39.3
∅ biegung tangential	- 44.[illegible]	+ 143.5	+ 116.0	+ 38.6
∅ membran axial	+ 23.[illegible]	+ 46.0	+ 28.6	+ 126.0
∅ biegung axial	25.0	+ 109.[illegible]	+ 116.6	+ 114.8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 17	18	19	20
∅ innen tangential	+ 18.[illegible]	+ 9.6	+ 41.0	+ 37.3
∅ innen axial	+ 24.9	[illegible]	+ 58.8	+ 5.[illegible]
∅ aussen tangential	+ 1[illegible]	+ [illegible]	+ 59.0	+ 40.0
∅ aussen axial	+ 121.3	+ 46.1	+ 45.6	+ 27.9
∅ membran tangential	+ 98.[illegible]	+ 41.0	+ 50.5	+ 38.6
∅ biegung tangential	[illegible]	+ 9.4	+ 8.4	+ 1.
∅ membran axial	[illegible]	1.1	+ 52.2	+ 17.[illegible]
∅ biegung axial	+ 48.1	+ 44.2	6.5	+ 10.1

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 21	22	23	24
∅ innen tangential	+ 4.5	+ .8	+ 14.6	+ 31.1
∅ innen axial	7.8	15.3	10.0	+ 11.1
∅ aussen tangential	+ 30.[illegible]	+ 29.5	+ 1[illegible].8	+ 13.3
∅ aussen axial	+ 21.[illegible]	+ 36.[illegible]	+ [illegible].8	- 4.1
∅ membran tangential	+ 13.1	+ 15.1	+ 15.7	+ 22.2
∅ biegung tangential	+ 14.5	+ 14.[illegible]	+ 1.1	8.8
∅ membran axial	+ 6.9	+ 10.4	+ 6.8	+ 3.5
∅ biegung axial	+ 14.8	+ 25.8	+ 18.9	7.[illegible]

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 25	26	27	28
∅ innen tangential	+ 22.6	+ 17.3	+ 29.[illegible]	+ 9[illegible].8
∅ innen axial	+ 9.4	+ 15.3	+ 15.4	+ 37.3
∅ aussen tangential	+ 51.1	+ 53.3	+ 52.1	+ 66.0
∅ aussen axial	+ 4[illegible].2	+ 35.6	+ 31.5	+ 3[illegible].1
∅ membran tangential	+ 36.9	+ 40.2	+ 50.1	+ [illegible]3.3
∅ biegung tangential	+ 14.2	+ 22.8	+ 21.2	- 6.5
∅ membran axial	+ [illegible].8	+ 25.4	+ 23.5	+ 34.7
∅ biegung axial	+ 21.3	+ 10.1	+ 7.9	- [illegible].5

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 29	30	31	32
∅ innen tangential	+ 11.4	+ 189.4	+ 94.1	+ 16.4
∅ innen axial	+ 30.8	+ 22.5	+ 6.9	+ 22.2
∅ aussen tangential	+ 106.6	+ 16.4	+ 91.3	+ 82.3
∅ aussen axial	+ 32.9	+ 69.6	+ 113.5	+ 134.3
∅ membran tangential	+ 59.8	+ 87.9	+ 92.7	+ 49.4
∅ biegung tangential	+ 47.[illegible]	- 41.5	1.4	+ 32.9
∅ membran axial	+ 31.3	+ 46.0	+ 50.[illegible]	+ 28.3
∅ biegung axial	+ 1.8	+ 23.[illegible]	+ 53.3	+ 56.8

SPANNUNG IN N/MM12	MESSORT 33	34	35
∅ innen tangential	+ 32.4	+ 90.3	+ 72.3	+ .0
∅ innen axial	+ 54.2	+ 26.5	+ 56.6	+ .0
∅ aussen tangential	+ 33.8	+ 16.8	+ 34.4	+ .0
∅ aussen axial	+ 34.[illegible]	+ 23.0	+ 53.4	+ .0
∅ membran tangential	+ 53.1	+ 52.[illegible]	+ [illegible].4	+ .0
∅ biegung tangential	+ 20.7	- 36.[illegible]	- 18.9	+ .0
∅ membran axial	+ 44.1	+ 49.0	+ 55.0	+ .0
∅ biegung axial	10.0	- 26.[illegible]	- 1.5	+ .0

Tab. 12-17: Versuchsergebnisse für den Meßbereich 10/14 bei kombinierter Belastung (Biegemoment $M_{10} = M_{14} = 1162$ Nm, Innendruck p = 3,1 bar)

Lebenslauf

Name	Lüder Depmeier
geb. am	12. 12. 1951
in	Bremen
Familienstand	verheiratet, 1 Kind
Eltern	Helmut Depmeier, Heizungsbaumeister Gertrud Depmeier, geb. Küker, Hausfrau
1958 - 1962	Besuch der Volksschule in Bremen
1962 - 1970	Besuch des mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweiges des Parseval-Gymnasiums in Bremen
WS 1970/71 - WS 1975/76	Studium des Maschinenbaus an der Technischen Universität Clausthal
01.03.1976 - 31.08.1978	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Apparatetechnik und Anlagenbau der Universität Erlangen-Nürnberg
ab 01.09.1978	Wissenschaftlicher Assistent am o.a. Lehrstuhl, heute Lehrstuhl für Apparatetechnik und Chemiemaschinenbau

D. GRÄBNER
Dissertations- u. Offsetdruckerei
Gotenstraße 3
8602 Altendorf bei Bamberg
Telefon 09545 / 8791